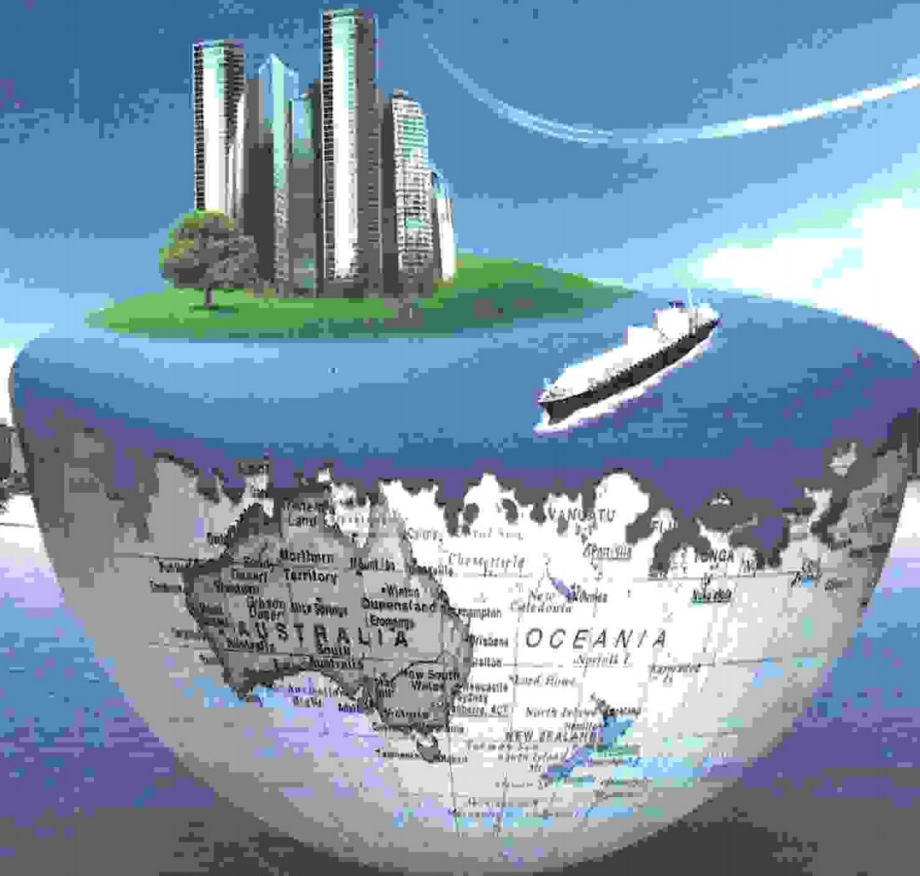




GOOD LUCK™

Creating success



Name:

Institution:

Class: Section: Roll:

Subject:

- ① স্বাক্ষরকোণ - x-অক্ষের বিন্দু দিওর সাথে θ কোণ করলে, স্বাক্ষরকোণ $\frac{dy}{dx} = \tan \theta$
- ② স্বাক্ষরকোণ x-অক্ষের সমান্তরাল / y-অক্ষের উপর লম্ব, স্বাক্ষরকোণ $\frac{dy}{dx} = \tan 0^\circ = 0$
- ③ স্বাক্ষরকোণ y-অক্ষের সমান্তরাল / x-অক্ষের উপর লম্ব, স্বাক্ষরকোণ $\frac{dy}{dx} = \tan 90^\circ$
- ④ স্বাক্ষরকোণ অক্ষদ্বয়ের সাথে সমান সমান কোণ উপস্থাপন করলে, স্বাক্ষরকোণ $\frac{dy}{dx} = \pm 1$

(x_1, y_1) বিন্দুগামী স্বাক্ষরকোণ
 (x_1, y_1) হলো স্বাক্ষরকোণ বিন্দু
 (x_1, y_1) বিন্দুগামী অভিলম্ব

$y - y_1 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(x_1, y_1)} (x - x_1)$

$(x - x_1) + \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(x_1, y_1)} (y - y_1) = 0$

অভিলম্বের ঢাল = $\frac{-1}{\frac{dy}{dx}}$

স্মরণ, trigonometric function (derivative) করলে ডিগ্রী degree এ লিখতে হবে।

নমুনা-১: গুরুত্ব কয়, $\frac{dy}{dx} = f'(x) = 0$

① $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ হলে, গুরুত্ব বিদ্যমান।

② $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ হলে, নমুনা বিদ্যমান।

③ $f''(x) = 0$ হলে,

ফা. আয়ের সর্বোচ্চ মান ও সর্বনিম্ন মানের সন্নিবিষ্টতা (ফা. আয়ের চরম মান বলা)

$f'''(x) = 0 \Rightarrow$

$f'''(x) > 0 \Rightarrow$ নমুনা

$f'''(x) < 0 \Rightarrow$ গুরুত্ব

$f'''(x) \neq 0 \Rightarrow$ চরম মান বলা

নিম্নলিখিত প্রদত্ত ক্ষেত্র (অঞ্চল) figure must.

try করো x-অক্ষের মাপ (যদি কর)

$x=a$ to $x=b$

$y=c$ to $y=d$

$\int_{x=a}^{x=b} y \, dx$

$\int_{y=c}^{y=d} x \, dy$

$x = f(y)$

$y_2 = \frac{x^2}{4a} = y_{\text{lower}}$
 $y_1 = \sqrt{4ax} = y_{\text{upper}}$

$\int_{x=0}^{x=a} (y_1 - y_2) \, dx = \int_{x=0}^{x=a} (y_{\text{upper}} - y_{\text{lower}}) \, dx$

$= \int_0^a \left(\sqrt{4ax} - \frac{x^2}{4a} \right) dx$

$$* y = f(x) = x^n$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = nx^{n-1} = y_1$$

$$\frac{dy}{dx} = y_1 = \frac{d}{dx} \{f(x)\} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = nx^{n-1}$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec} \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$$

$$\operatorname{cosec}^{-1}(-x) = -\operatorname{cosec}^{-1} x$$

$$\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1} x$$

$$\cot^{-1}(x) = -\cot^{-1} x$$

$$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}(x)$$

$$\sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1} x$$

$$\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$$

$$\log MN = \log M + \log N$$

$$\log \frac{M}{N} = \log M - \log N$$

$$\ln 0 = \infty$$

$$\Rightarrow e^\infty = 0$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}; (x > 0)$$

$$\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \cdot \log_a e = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \cdot \ln a$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

calculus

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c; (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$

$$\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$$

$$\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + c = -\cos^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + c = -\cot^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + c = -\cos^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx}(u)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{d}{dx}(u) - u \frac{d}{dx}(v)}{(v)^2}$$

$$\int uv dx = u \int v dx - \int \left(\frac{d}{dx}(u)\right) v dx$$

LIATE

$$\frac{u}{v}$$

calculas 2 π radian (or) π radian $\rightarrow 2\pi$

$$\left\{ \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x^2} \right\} x = \sin \theta / \cos \theta$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a^2-x^2} \right\} x = a \sin \theta / a \cos \theta$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2} \right\} x = \tan \theta$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{a^2+x^2} \right\} x = a \tan \theta$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-a^2}} \right\} x = \sec \theta / \operatorname{cosec} \theta$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{\sqrt{x^2-1}} \right\} x = a \sec \theta / a \operatorname{cosec} \theta$$

$$\left\{ \frac{1+x}{1-x}, \frac{1-x}{1+x} \right\} x = \frac{\tan \theta}{\cos \theta}$$

$$\left\{ \frac{2x}{1-x^2}, \frac{2x}{1+x^2}, \frac{1-x^2}{1+x^2} \right\} x = \tan \theta$$

$$\left\{ \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}, \frac{1-x}{\sqrt{1+x}} \right\} x = \cos \theta$$

$$\left\{ \sqrt{a-x}, \sqrt{a+x} \right\} x = a \cos 2\theta$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x\right)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n} = \frac{m}{n} \cdot a^{(m-n)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$1. \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln |\sqrt{a^2+x^2} + x| + C$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln |\sqrt{x^2-a^2} + x| + C$$

$$10. \int \frac{px+q}{ax^2+bx+c} dx, \int \frac{px+q}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$$

$$\int (px+q) \sqrt{ax^2+bx+c} dx; p \neq 0, a \neq 0.$$

$$\Rightarrow px+q = mx \frac{d}{dx}(ax^2+bx+c) + n; m = \frac{p}{2a}$$

$$12. \int \frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{x+d}} dx \Rightarrow \text{নত ও রং (নত) দ্বারা পূর্ণ করে } \sqrt{\dots} \text{ মুক্ত করা}$$

$$13. \int \frac{1}{g(x)\sqrt{\phi(x)}} dx$$

$$i. g(x) \text{ ও } \phi(x) \text{ উভয় ক্ষেত্রে } \Rightarrow \phi(x) = x^2$$

$$ii. g(x) \text{ ক্ষেত্রে ও } \phi(x) \text{ দ্বিঘাত } \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x}$$

$$iii. g(x) \text{ দ্বিঘাত ও } \phi(x) \text{ ক্ষেত্রে } \Rightarrow \phi(x) = x^2$$

$$iv. g(x) \text{ ও } \phi(x) \text{ উভয় দ্বিঘাত } \Rightarrow x = \frac{1}{x}$$

$$v. \int \frac{x}{g(x)\sqrt{\phi(x)}} dx \Rightarrow g(x) \text{ ও } \phi(x) \text{ উভয় দ্বিঘাত } \Rightarrow \phi(x) = x^2$$

$$15. \int \frac{(x^2 \pm 1) dx}{ax^4+bx^3+cx^2+dx+a}; a \neq 0 \Rightarrow \text{নত ও রং পদ্ধতি } (1 \pm \frac{1}{x^2}) \text{ ও } (x \pm \frac{1}{x}) \text{ ক্ষেত্রে}$$

$$ii. \int \frac{x^2 dx}{ax^4+bx^3+cx^2+dx+a}; a \neq 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2\sqrt{a}} \{ (\sqrt{a} x^2 + \sqrt{c}) + (\sqrt{a} x^2 - \sqrt{c}) \}$$

$$iii. \int \frac{dx}{ax^4+bx^3+cx^2+dx+a}; a \neq 0 \Rightarrow \text{নত} = \frac{1}{2\sqrt{c}} \{ (\sqrt{a} x^2 + \sqrt{c}) - (\sqrt{a} x^2 - \sqrt{c}) \}$$

$$2. \int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$$

$$5. \int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + \frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2} + C$$

$$8. \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

$$9. \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + C$$

$$11. \int \frac{px^2+qx+r}{ax^2+bx+c} dx, \int \frac{px^2+qx+r}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx, \int \frac{dx+\beta}{\gamma x+\delta} dx, \int \frac{dx+\beta}{\sqrt{\gamma x+\delta}} dx, \int \frac{dx+\beta}{(\gamma x+\delta)^n} dx$$

$$\Rightarrow \text{নত ও রং (নত) দ্বারা পূর্ণ করে } \sqrt{\dots} \text{ মুক্ত করা}$$

$$14. i. \int \frac{a+bx}{p+qx^n} dx; p \text{ ও } m \text{ উভয় ক্ষেত্রে ক্ষেত্রে}$$

$$ii. \int \frac{dx}{x(a+bx^n)} \Rightarrow x^n = \frac{1}{z}$$

$$iii. \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx^n}} \Rightarrow x^n = \frac{1}{z^2}$$

$$iv. \int \frac{dx}{x^m(a+bx)^n} \Rightarrow a+bx = zx$$

$$v. \int \frac{dx}{(x-a)^m(x-b)^n} \Rightarrow z = \frac{x-b}{x-a}$$

16. $\int \sin^n x dx, \int \cos^n x dx; n \in \mathbb{N} \Rightarrow$ (i) n জোড় $\Rightarrow$ বিকল্পমিতিঃ Famous rule use.
 $\Rightarrow$ (ii) n বিজোড় $\Rightarrow \int \sin^n x dx \sim \cos x = z$ $\int \cos^n x dx \sim \sin x = z$

17. $\int \sin^m x \cos^n x dx \Rightarrow$ (i) $m, n \in \mathbb{N}$ ও উভয় জোড় $\Rightarrow$ বিকল্পমিতিঃ Famous rule use.
 $\Rightarrow$ (ii) $m, n \in \mathbb{N}$ ও উভয় বিজোড় $\Rightarrow$ (a) $m > n$ হলে, $\sin x = z$
 (b) $n > m$ হলে, $\cos x = z$
 (c) m বিজোড় ও n জোড় $\Rightarrow \cos x = z$ (d) n বিজোড় ও m জোড় $\Rightarrow \sin x = z$
 ~~$\Rightarrow$ (iii) m, n উভয় উদ্ভাসক $\Rightarrow$ এক. $-(m+n) \in \mathbb{N}$ ও জোড় হলে, $\sec^{-(m+n)} x$ দ্বারা গুণ.~~

18. $\int \tan^n x dx, \int \cot^n x dx; n \in \mathbb{N} \Rightarrow \int \tan^n x dx = \int \tan^{n-2} x \tan^2 x dx = \int \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1) dx$

19. (i) $\int \frac{dx}{a + b \cos x + c \sin x}, \int \frac{dx}{a + b \cos x}, \int \frac{dx}{a + b \sin x}$ হলে,
 $\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}}$ প্রয়োগ।

(ii) $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}, \int \frac{dx}{(a \sin x + b \cos x)^n} \Rightarrow a = r \cos \theta, b = r \sin \theta$ বিধ.

(iii) $\int \frac{e \cos x dx}{a \sin x + b \cos x}, \int \frac{e \sin x dx}{a \sin x + b \cos x}, \int \frac{e \sin x + d \cos x}{a \sin x + b \cos x} dx$
 $\Rightarrow$ স্বর = $I(\text{স্বর}) + m \frac{d}{dx}(\text{স্বর})$

(iv) $\int \frac{p \sin x + q \cos x + r}{a \sin x + b \cos x + c} dx \Rightarrow$ স্বর = $I(\text{স্বর}) + m \frac{d}{dx}(\text{স্বর}) + n$

(v) $\int \frac{dx}{\sin^m x \cos^n x} \Rightarrow dx = (\sin^2 x + \cos^2 x) dx =$ স্বর

20. (i) $\int \frac{c \sin 2x dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x} \Rightarrow z = a \cos^2 x + b \sin^2 x$ বিধ.

~~(ii) $\int \frac{dx}{a \cos^2 x + b \sin^2 x}, \int \frac{dx}{a + b \sin^2 x}, \int \frac{dx}{a + b \cos^2 x} \Rightarrow$ স্বর ও স্বর উভয় জোড় $\cos^2 x$ দ্বারা ভাগ।~~

21. $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x \cdot f(x) + c$ $\int e^{ax} \{af(x) + f'(x)\} dx = e^{ax} \cdot f(x) + c$

$\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + c = \ln |\sec x| + c$
 $\int \cot x dx = \ln |\sin x| + c = -\ln |\cos x| + c$
 $\int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + c = \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + c$
 $\int \csc x dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + c = \ln |\csc x - \cot x| + c$

যদি $\frac{f(a)}{g(a)} = \frac{0}{0}$ or $\frac{\infty}{\infty}$ হলে,
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Trigonometry

$$\left\{ \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} ; \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} ; \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} ; \\ \sin^{-1} x &= \operatorname{cosec}^{-1} \frac{1}{x} ; \cos^{-1} x = \sec^{-1} \frac{1}{x} ; \tan^{-1} x = \cot^{-1} \frac{1}{x} \end{aligned} \right\}$$

Interchange
change $\frac{1}{x}$ to x

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1 \rightarrow \text{int. part}$$

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \operatorname{cosec}^{-1} x + \sec^{-1} x = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{interchange}$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1} \{x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\}$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \cos^{-1} \{xy - \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$$

$$\cot(A-B) = \frac{\cot B \cot A + 1}{\cot B - \cot A}$$

$$\cot(A+B) = \frac{\cot B \cot A - 1}{\cot B + \cot A}$$

$$2 \sin^2 A = 1 - \cos 2A \quad 2 \cos^2 A = 1 + \cos 2A$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} \quad \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \quad 2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$3 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$$

$$\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$$

$$\tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

$$3 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$$

* Find the angle of inclination of the line $11M - 60H = 0$

$$\theta = \left| \frac{11M - 60H}{2} \right|$$

* 4:40 P.M. is the angle of inclination of the line $11M - 60H = 0$

$$\Rightarrow \theta = \left| \frac{11M - 60H}{2} \right| = \left| \frac{11 \times 40 - 60 \times 4}{2} \right| = 100^\circ$$

$$\Delta = \pi S$$

$$\pi = \text{area of triangle}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C - \cos D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{D-C}{2}$$

$$\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cos B$$

$$\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2 \cos A \cos B$$

$$\cos(A-B) - \cos(A+B) = 2 \sin A \sin B$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{1}{4} (\sqrt{5} - 1)$$

$$\cos 36^\circ = \frac{1}{4} (\sqrt{5} + 1)$$

$$\sin 36^\circ = \frac{1}{4} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$$

$$\cos 18^\circ = \frac{1}{4} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} \sin \theta = 0, \theta = n\pi \\ \cos \theta = 0, \theta = (2n+1)\frac{\pi}{2} \\ \tan \theta = 0, \theta = n\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \theta = 1, \theta = (4n+1)\frac{\pi}{2} \\ \sin \theta = -1, \theta = (4n-1)\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \theta = \sin \alpha, \theta = n\pi + (-1)^n \alpha \\ \cos \theta = \cos \alpha, \theta = 2n\pi \pm \alpha \\ \tan \theta = \tan \alpha, \theta = n\pi + \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \theta = 1, \theta = 2n\pi \\ \cos \theta = -1, \theta = (2n+1)\pi = 2n\pi + \pi \end{cases}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = (a+b+c) \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C = 1$$

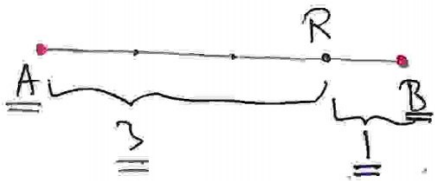
$$e^{\ln x} = x$$

$$\begin{aligned} S &= \pi \theta \\ \text{Area} &= \frac{1}{2} \pi^2 \theta \\ \pi^\circ &= 180^\circ \\ 1^\circ &= 60' \\ 1' &= 60'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(A+B) \sin(A-B) &= \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A \\ \cos(A+B) \cos(A-B) &= \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A \end{aligned}$$

বিভাজিতকরণ:

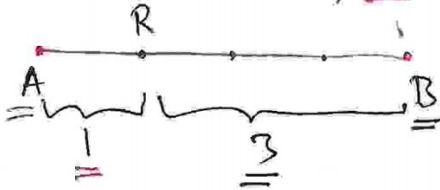
⊗ AB কে 3:1 এ ভাগ/অনুবিভাজিত = BA কে 1:3 এ ভাগ
 $(3+1)=4$



$$\frac{AR}{RB} = \frac{3}{1}$$

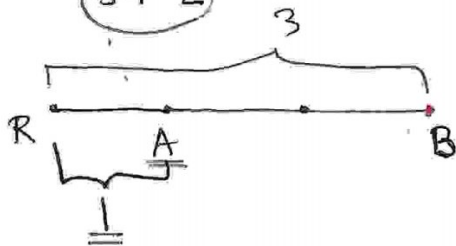
~~R(x,y)~~ ক্ষিতি? AB রেখা
 মধ্যস্থিত হবে
 $R(x,y) = R\left(\frac{x_2+y_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

⊗ AB কে 1:3 এ ভাগ/অনুবিভাজিত = BA কে 3:1 এ ভাগ
 $1+3=4$



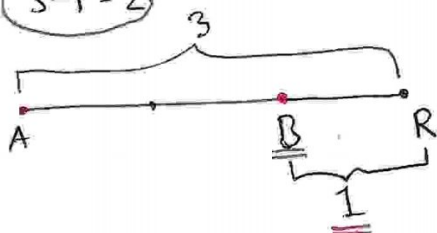
$$\frac{AR}{RB} = \frac{1}{3}$$

⊗ AB কে 1:3 তে R এ বহিঃস্থিতি = BA কে 3:1 এ R এ বহিঃস্থিতি
 $3-1=2$



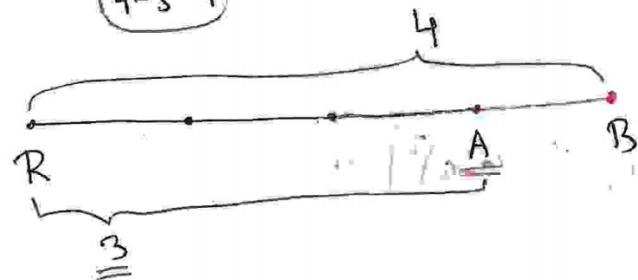
$$\frac{AR}{RB} = \frac{1}{3}$$

⊗ AB কে 3:1 এ R এ বহিঃস্থিতি = BA কে 1:3 এ R এ বহিঃস্থিতি
 $3-1=2$



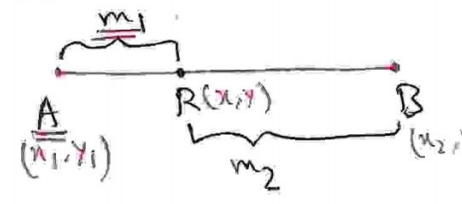
$$\frac{BR}{RA} = \frac{1}{3}$$

⊗ AB কে 3:4 এ R এ বহিঃস্থিতি = BA কে 4:3 এ R এ বহিঃস্থিতি
 $4-3=1$



$$\frac{AR}{RB} = \frac{3}{4}$$

* অন্তঃবিভক্তিকরণ → $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ দ্বিখণ্ডের মধ্যবর্তী বিন্দু $R(x, y)$ হিষ্টি $m_1:m_2$ এ ভাগ্য

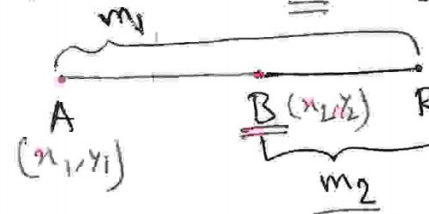


$$\frac{AR}{RB} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\therefore R(x, y) \equiv R\left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

* বহিঃবিভক্তিকরণ → $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ দ্বিখণ্ডের মধ্যবর্তী বিন্দু $R(x, y)$ হিষ্টি $m_1:m_2$ (ও বহিঃবিভক্তিকরণ)

$$\frac{BR}{RA} = \frac{m_2}{m_1}$$

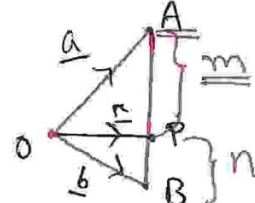


$$\therefore R(x, y) \equiv R\left(\frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}\right)$$

* অন্তঃবিভক্তিকরণ → $A(a)$ ও $B(b)$ এর AB (অথবা অংশ $P(\pi)$) $m:n$ অনুপাতে অন্তঃবিভক্তিকরণ

$$P, AB \text{ অথবা অংশ } P(\pi) \text{ হিষ্টি } \pi = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore \pi = \frac{mb + na}{m+n}$$

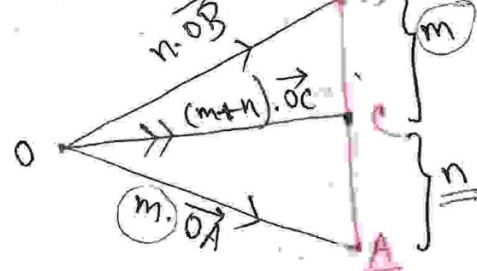


* বহিঃবিভক্তিকরণ → $A(a)$ ও $B(b)$ এর AB (অথবা অংশ $P(\pi)$) $m:n$ এ বহিঃবিভক্তিকরণ

$$\therefore \pi = \frac{mb - na}{m-n}$$

(m, n) উপপাদ্য:

* অন্তঃবিভক্তিকরণ



$$\frac{BC}{CA} = \frac{m}{n} \therefore m \cdot \vec{OA} + n \cdot \vec{OB} = (m+n) \cdot \vec{OC}$$

২ টি সমান্তরাল বিন্দু $m \cdot \vec{OA}$ ও $n \cdot \vec{OB}$ ($m>0, n>0$) এর সমষ্টি $(m+n) \cdot \vec{OC}$ হিষ্টি; যখন C হিষ্টি AB (ও $n:m$ এ অন্তঃবিভক্তিকরণ করে।

* বহিঃবিভক্তিকরণ
 → C হিষ্টি AB (ও $n:m$ এ বহিঃবিভক্তিকরণ করে।

$$m \cdot \vec{OA} - n \cdot \vec{OB} = (m-n) \cdot \vec{OC}$$

Angle & quadrant

* ১ম-কোণ (১-অবস্থিত $N(x, y)$ বিন্দু:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Example: (1, 1)

$$\therefore r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{1} \right) = \frac{\pi}{4}$$

* ২য়-কোণ (১-অবস্থিত $P(x, -y)$ বিন্দু:

$$\theta = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

Example: (-1, -1)

$$\therefore r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\theta = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{-1}{-1} \right| = -\frac{3\pi}{4}$$

* ২য়-কোণ (১-অবস্থিত $K(-x, y)$ বিন্দু:

$$\theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

Example: (-1, 1)

$$r = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \theta = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{1}{-1} \right| = \frac{3\pi}{4}$$

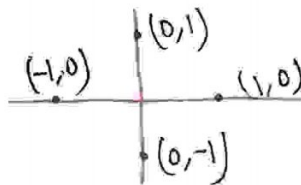
* ৩য়-কোণ (১-অবস্থিত $S(x, -y)$ বিন্দু:

$$\theta = -\tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$

Example: (1, -1)

$$r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \theta = -\tan^{-1} \left| \frac{-1}{1} \right| = -\frac{\pi}{4}$$



* (1, 0)

$$r = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{0}{1} \right| = 0$$

* (0, 1)

$$r = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left(\frac{1}{0} \right) = \frac{\pi}{2}$$

* (0, -1)

$$r = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

$$\therefore \theta = -\tan^{-1} \left| \frac{-1}{0} \right| = -\frac{\pi}{2}$$

বলবিদ্যা

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$$

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \quad ; \quad [0 \Rightarrow \text{১ম কোণ বলবি-} R \text{ কোণ}]$$

$$R_{\max} = P + Q \quad ; \quad R_{\min} = P - Q$$

Modulus

মান (বল) কবার সময় modulus এর মূল সর্বদা '+' মান পাওয়া।

কিন্তু সমীকরণ modulus ফলাফল সময় '+' দিবে।

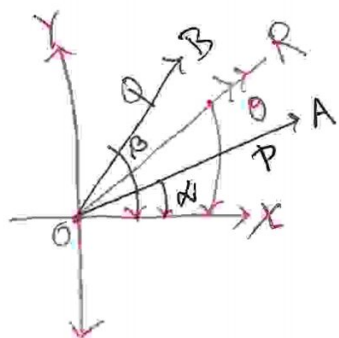
$$\left\{ \begin{array}{l} |x| = |y| \Rightarrow x = \pm y \\ |x| = 7 \Rightarrow x = \pm 7 \end{array} \right\} \text{ সমী. চাচ্ছি। } \text{ভাল।}$$

$$x = |-7| = 7 \rightarrow \text{মান চাচ্ছি। ভাল।}$$

$$\# |a|^2 = a^2 \quad \# |x||y| = |xy|$$

$$* |2||-3| = 2 \times 3 = 6 = |2 \times (-3)| = |-6| = 6$$

লক্ষ্য করুন কবার দিচ্ছি।

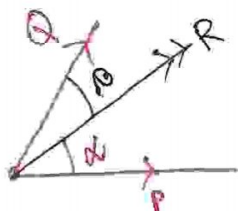


OX ବାଟ, $P \cos \alpha + Q \cos \beta = R \cos \theta$

OY ଓ ଲମ୍ବ OY ବାଟ, $P \sin \alpha + Q \sin \beta = R \sin \theta$

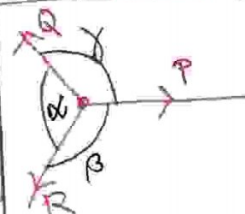
ଉପରୋକ୍ତ
ଦୁଇ ଗୋଟି
ସମୀକରଣ
ଦିଆଯାଇ
ପାରେ।

* ସରଳ sine ନୀତି: (ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ବଳ)



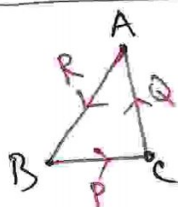
$$\therefore \frac{P}{\sin \beta} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}$$

* ଲାମିର ନୀତି: (ତିନି ସମାନ୍ତର ବଳ ଓ ସାମ୍ୟାବସ୍ଥା)



$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$

* ତ୍ରିଭୁଜର ସିମିତିତ ନୀତି: (ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜ ବାହୁରୁ ଏକି ଅକ୍ଷର ମୁକ୍ତି ବାହୁ ବାଟେ ଗତି କରାଯାଏ)



$$\therefore \frac{R}{AB} = \frac{P}{BC} = \frac{Q}{CA}$$

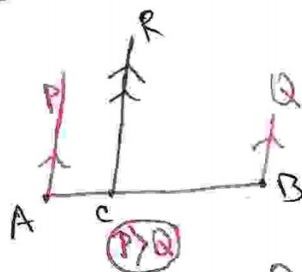
- (*) ତିନି ବଳ (ସାମ୍ୟତା)
 - i) ତ୍ରିଭୁଜର ସିମିତିତ ନୀତି
 - ii) ଲାମିର ନୀତି

(*) ମଧ୍ୟ ଆବର୍ତ୍ତ ଓ ଅବର୍ତ୍ତ ଲୋଭନ କରାଯାଏ

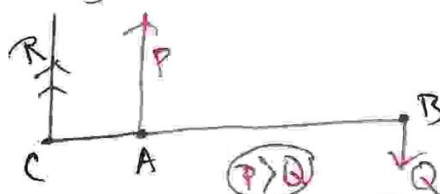
$$T_1 = T_2 = T$$

* ସମାନ୍ତର ବଳ:

- ସମାନ/ସମାନ୍ତର ସମାନ୍ତରାଳ
- ଆନ୍ତରାଳ/ବିପରୀତ ସମାନ୍ତରାଳ



$$\begin{cases} P \times AC = Q \times BC \\ R = P + Q \end{cases}$$



$$\begin{cases} P \times AC = Q \times BC \\ R = P - Q \end{cases}$$

8.2

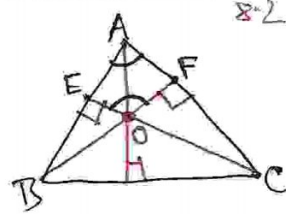
8.3

ଦତ୍ତ (କେନ୍ଦ୍ର):

—

$$BD = CD$$

ଅନ୍ତର୍ (କେନ୍ଦ୍ର):



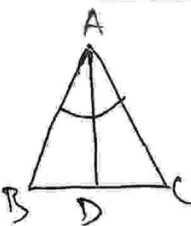
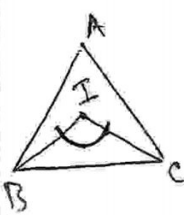
$$\angle A + \angle FHE = \pi$$

8.2

Δ ଉପମାନୁ ହେଉ,

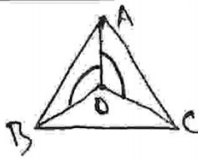
ତେବେ ଏହା ଅନୁପାତ ସା ୩:୧ ହେବ,

ଫଳାଫଳ (କେନ୍ଦ୍ର):

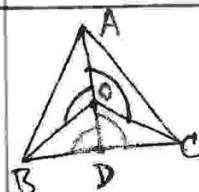


$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

ପରିବର୍ତ୍ତନ:



$$\begin{cases} \angle AOC = 2B \\ \angle AOB = 2C \end{cases}$$



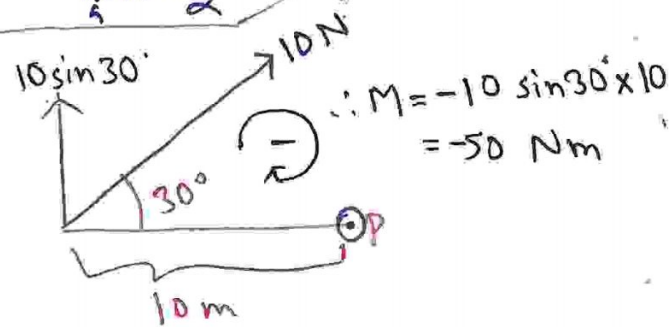
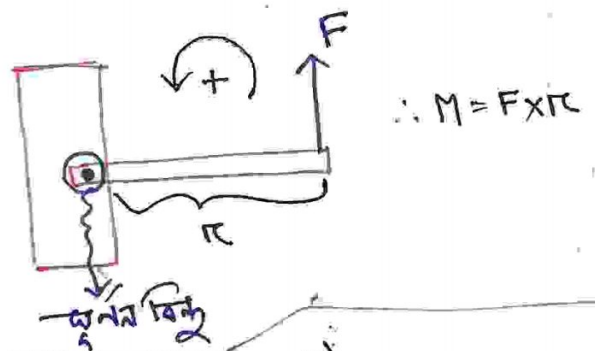
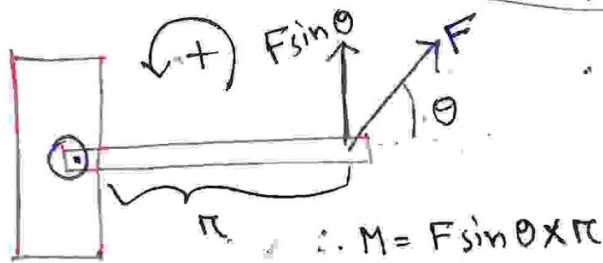
$$\begin{cases} BO = CO \\ \angle AOB = 2C \\ \angle AOC = 2B \end{cases}$$

8.3

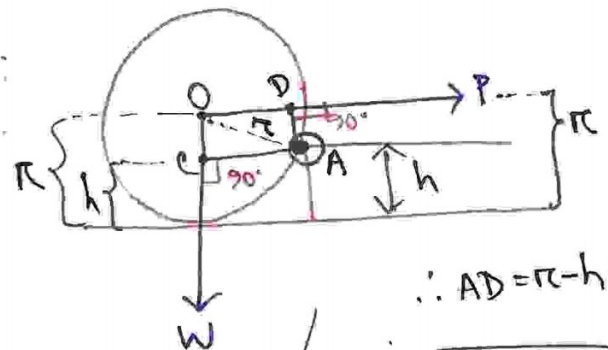
বক্রতা (moment)

$$\text{moment} = F \times r$$

দূরত্ব (যা F এর
প্রস্থাপন r ।



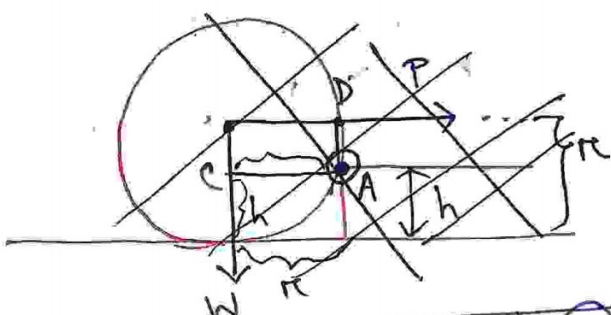
W ও P এর ওপর r ব্যাসার্ধে ঘনিত একটি চাকুরে হবার
লেন্দু P প্রস্থাপন অনুভবিত বস প্রস্থাপন লেন্দু h বিন্দু
ঘনিত লেন্দু প্রস্থাপন প্রস্থাপন দিতে মিত হব।
(যাও প) হের মনুর যদি P $\frac{W \sqrt{2rh-h^2}}{r-h}$ হয়।



$$AC = \sqrt{AO^2 - OC^2}$$

$$= \sqrt{r^2 - (r-h)^2}$$

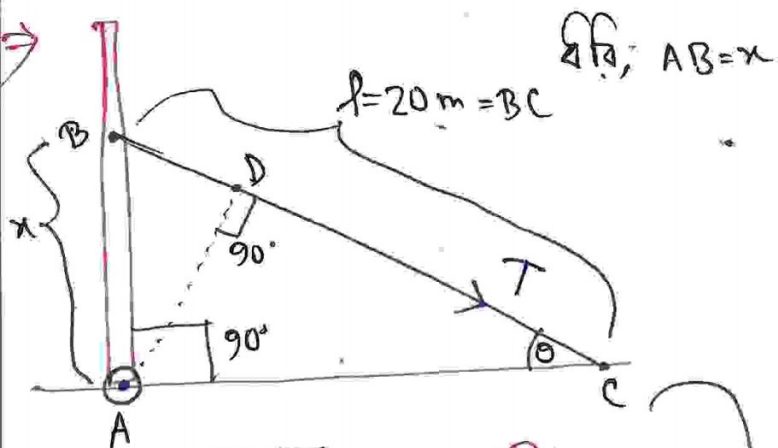
$$\therefore AC = \sqrt{2rh - h^2}$$



Ⓐ দূরত্ব P এর moment $P \cdot AD$
Ⓐ দূরত্ব W এর moment $W \cdot AC$
 $P \cdot AD > W \cdot AC$

$$\Rightarrow P \times (r-h) > W \cdot \sqrt{2rh-h^2} \Rightarrow P > \frac{W \sqrt{2rh-h^2}}{r-h}$$

* কিসে বিনা বাহ্যিক বাস্তবিকভাবে একটি গাছের
 (যদি 20 m দীর্ঘ একটি দড়ি বিনে টানার
 সাহায্যে দেড়িয়ে / টেনে দেওয়া যায়)



$$\therefore M_A = T \times AD = T \times \frac{AD}{AC} \times AC$$

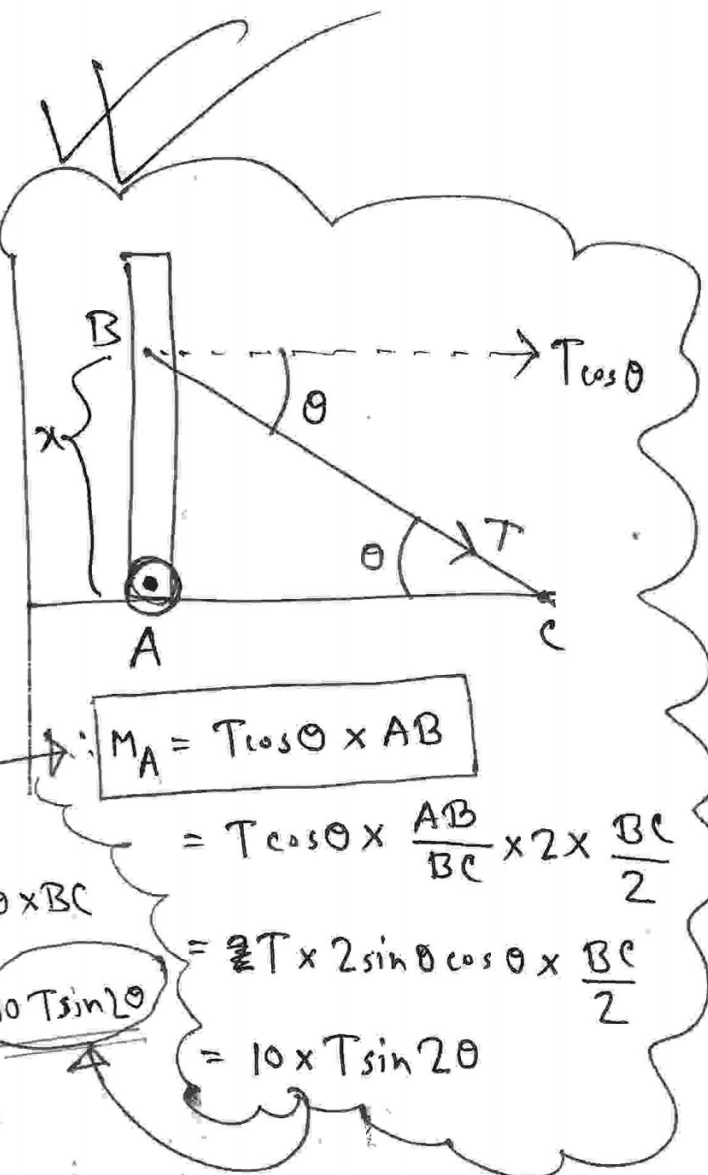
$$= T \times \sin \theta \times AC$$

$$= T \times \sin \theta \times \frac{AC}{BC} \times BC = T \times \sin \theta \times \cos \theta \times BC$$

$$= \frac{T}{2} \times BC \times \sin 2\theta = \frac{T}{2} \times 20 \times \sin 2\theta = 10 T \sin 2\theta$$

for maximum M_A , $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$

$$\sin \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 10\sqrt{2} \text{ m.}$$



$$\therefore M_A = T \cos \theta \times AB$$

$$= T \cos \theta \times \frac{AB}{BC} \times 2 \times \frac{BC}{2}$$

$$= 2 T \times \sin \theta \cos \theta \times \frac{BC}{2}$$

$$= 10 \times T \sin 2\theta$$

সমস্যা:

* n মানুষ (কিছু কিছু) জিরিস (যে- n মানুষ জিরিস প্রতিবারে 1 বাব মান নিয়)

সমস্যা = $n C n$

* $n C n + n C_{n-1} = n+1 C n$

* p মানুষ নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অনুষ্ঠিত করে n মানুষ (কিছু কিছু) (যে প্রতিবার $n > p$ মানুষ)

নিম্ন সমস্যা = $n-p C n-p$

→ অর্থ বিবাহ → ১.৩ → ১.১ → ১.৭. (ii) এ বিবাহ অনুষ্ঠিত বস্তু অন্য স্থান
বিবাহ করা হয়। ***

* p মানুষ নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অনুষ্ঠিত না করে n মানুষ (কিছু কিছু) (যে প্রতিবার n মানুষ)

নিম্ন সমস্যা = $n-p C n$

* n মানুষ (কিছু কিছু) (যে প্রতিবার অন্ত 1 টি / কোনো কোনো মানুষ নিম্ন সমস্যা = $2^n - 1$

* p মানুষ একতরীয়, q অন্য একতরীয়, n আরেক তরীয় ও k মানুষ কিছু কিছু হলে, কোনো কোনো মানুষ

নিম্ন, সমস্যা = $(p+1)(q+1)(n+1)2^k - 1$

প্রতি split (যে- অন্ত 1 টি
না নিম্ন ও চলে)

* p মানুষ একতরীয়, q অন্য একতরীয়, n অন্য আরেক তরীয়- হলে, প্রতিটি split এর অন্ত 1 টি নিম্ন

সমস্যা = $(2^p - 1)(2^q - 1)(2^n - 1)$

* ways = (যা- রাখা) } ii 7 টি আর 11 পরা যায় = 10^7

(যা- ডিউক) } iii 5 টি postbox এ 7 টি চিঠি রাখা যায় = 5^7

* Group theorem. } এই সমস্যা-এ একটি

Order/shuffle gets considered

iff (i) naming is given/personed.

(ii) সবার মধ্যকার বলা চলে।

তাহলে shuffle gets considered.

গুপ্ত তৈরি, অর্থাৎ
অন্যগুলো জিরিস
কতগুলি দল split
করা দিতে হলো

* $n C n = n C_{n-n}$
 $n C n = n C_{n'}$ হলে
(i) $n = n'$ (on), (ii) $n = n - n'$

If order/shuffle gets considered, ways = $\dots \times$ (যে কতটি group এর order/shuffle considered.)!

If groups are equal, ways = $\dots \times \frac{1}{(\text{যে কতটি group equal})!}$

⑧ n সংখ্যক অঙ্কগুলো একবার মাত্র ব্যবহার করে n অঙ্ক বিশিষ্ট সমস্ত সংখ্যা গঠিত হওয়া যায়, তাদের সমষ্টি =
$$n^{n-1} \times \sum n \times (n \text{ সংখ্যক } 1)$$

* ~~1, 2, 3~~ 2, 4, 6, 7 অঙ্কগুলি একবার মাত্র ব্যবহার করে 4 অঙ্ক বিশিষ্ট সমস্ত সংখ্যা গঠিত হওয়া যায়, তাদের সমষ্টি? $n=4$; $n=4$

$$\Rightarrow \therefore \text{সমষ্টি} = 4^{4-1} \times (2+4+6+7) \times 1111 = 126654 \quad \square$$

⑨ n সংখ্যক অঙ্কগুলো {যে কোনো দু'বার বৃদ্ধি করে / প্রতিবার $\frac{n}{2}$ অঙ্ক বিলুপ্ত সমস্ত সংখ্যা গঠিত হওয়া যায়, তাদের সমষ্টি =
$$n^{n-1} \times \sum n \times (n \text{ সংখ্যক } 1)$$

* 1, 2, 3, 4, 6, 8 অঙ্কগুলি যে কোনো দু'বার বৃদ্ধি করে প্রতিবার $\frac{5}{2}$ অঙ্ক বিলুপ্ত সমস্ত সংখ্যা গঠিত হওয়া যায়, তাদের সমষ্টি? $n=6$; $n=5$

$$\Rightarrow \text{সমষ্টি} = 6^{5-1} \times (1+2+3+4+6+8) \times 1111 = 345596544 \quad \square$$

अथवा

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

২৭/৩/১৯৬৩ (৪৭০ math)

$$P(A \cap B) = P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

দুটি মনো একটি মাথে
বর্তমান ও অতীত হয় না
(বদা)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

यदि यदि प्रत्येक प्राप्ति
(प्रत्येक) (प्रत्येक)

* A, B એ અંતિમ સ્ત

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$= P\left(\frac{A}{B}\right) \cdot P(B)$$

B sure w6/51



$$P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

যেখানে ১টি/অনু ১টি/১টি

কুমিল্লা ১৮/ফেব্রু B. অ-৮

$$P(B/A) = P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$$

* B (A and B) is

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P\left(\frac{B}{A}\right)$$

A sure wt

नमूना विद्युत $n(s)$:

৪) সমঅক্ষার N অক্ষর বিশিষ্ট বহু- n বার বিদ্যোপ, $\eta(s) = N^n$

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(ABCD) \\ = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(D)$$

০২টি ব্লক প্রত্যেকটি তলমূহে সর্বমোট হবে N_1 স্যাম্পল তলবিশিষ্ট n_1 স্যাম্পল

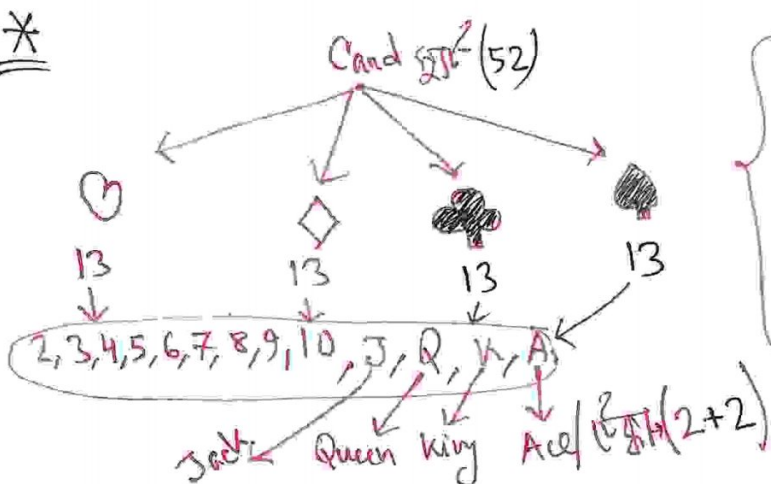
৩ N_2 সমন্বিত- π_2 সংখ্যা বহু অংশ-নিষ্কাশ, $n(s) = N_1^{\pi_1} \times N_2^{\pi_2}$

১) N সালফার যুক্ত হলে n সালফার যুক্ত একবার/দুই: দুইবার ব্যক্তিগত পরপর উত্তীর্ণ।

$$n(s) = N c_n *$$

આવ પુનઃ પ્રાપ્ત થયેલા - સ્થાનના સંખ્યા, $n(s) = N^r$

Added!



 → hearts / হৃদয় → 13 } 26 (red)
 → diamond / ~~ক~~ ^ক ~~র~~ ^র ~~ত~~ ^ত ~~ন~~ ^ন → 13 }
 → clubs / ক্লব → 13 } 26 (black)
 → spade / ^ই ~~স~~ ^স ~~প~~ ^প ~~া~~ [া] ~~ন~~ ^ন → 13 }

tricks:

* (যদিও math এ খলি নির্বাচন করে নিতে হয় $\Rightarrow$ কোনো খলি নির্বাচনের সম্ভাবনা $\times$ ২ খলিতে সম্ভাবনা)

* (যদিও খলি হতে: 1 টি করে বলা ভালো হলে $\Rightarrow$ প্রতিবার খলি নিলে আলাদা আলাদা লিখতে হবে।)

* (কোনো বাল্য- হতে- (প্রা: স্থাপন করে/এর করে) পরপর/সম্মতভাবে / 1 টি করে)

যে কংক্রিট
যে কংক্রিট
(যদিও খলি)

$x (x=1, 2, 3, \dots)$ সংখ্যক খলি $\Rightarrow$ প্রতিবার খলি
লিখতে হবে।

(যদিও খলি)
(যদিও খলি)
(যদিও খলি)

মুদ্রিত:

* 1 থেকে 1000 এর মধ্যে 3 এর মুদ্রিত/5 এর মুদ্রিত:

$$\therefore (1000 - 1) + 1 = 1000 *$$

$$\therefore \frac{1000}{3} = 333.33 \text{ (দশমিক)}$$

1, 3 এর মুদ্রিত (যদিও)

$$\therefore 3 \text{ এর মুদ্রিত} = 333 \text{ টি}$$

$$\therefore \frac{1000}{5} = 200$$

200 দুইবার খলি *

$$\therefore 5 \text{ এর মুদ্রিত} = 200 \text{ টি}$$

* 10 থেকে 30 এর মধ্যে 5 এর মুদ্রিত:

$$\therefore (30 - 10) + 1 = 21 *$$

$$\therefore \frac{21}{5} = 4.2 \text{ (দশমিক)}$$

10; 5 এর মুদ্রিত

$$\therefore 5 \text{ এর মুদ্রিত} = 4 + 1 = 5 \text{ টি}$$

* 10 থেকে 39 এর মধ্যে 5 এর মুদ্রিত:

$$\therefore (39 - 10) + 1 = 30 *$$

$$\therefore \frac{30}{5} = 6 \rightarrow \therefore 6 \text{ দুইবার খলি} *$$

$$\therefore 5 \text{ এর মুদ্রিত} = 6 \text{ টি}$$

* (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) যিকোনো সমলংঘ্য

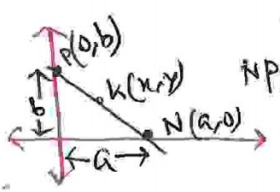
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m = \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

- (i) $c > 0 \Rightarrow$ সমলংঘ্যটি y -অক্ষের ঐকাত্মক আংশে প্রস্থিত হবে।
- (ii) $c < 0 \Rightarrow$ " y -অক্ষের ঐকাত্মক আংশ " "
- (iii) $c = 0 \Rightarrow$ " মূলবিন্দুগামী $\rightarrow$ বিশেষ ক্ষেত্র

* ঢাল-দ্রুত আলাপ:

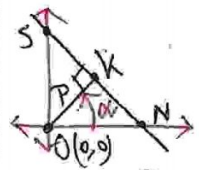
$$y = mx + c$$

* দ্রুত আলাপ:



$$NP: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

* লম্বকণ/লম্বআলোচকের সমলংঘ্য: মূলবিন্দু $(0,0)$ থেকে কোনো সমলংঘ্যের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য p এবং, ঐকাত্মক x -অক্ষের ঐকাত্মক দিকের সাথে α গঠন করে।



$$NS: x \cos \alpha + y \sin \alpha = p \rightarrow p > 0$$

* দুটি সমলংঘ্যের সমান্তরাল হলে:

$$\begin{cases} y = m_1 x + c_1 \text{ --- (1)} \\ y = m_2 x + c_2 \text{ --- (2)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \text{ --- (1)} \\ a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \text{ --- (2)} \end{cases}$$

① & ② এর অন্তর্ভুক্ত গণ্য হলে,

$$\tan \theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \pm \frac{b_1 a_2 - b_2 a_1}{b_1 b_2 + a_1 a_2}$$

* সমান্তরাল সমলংঘ্য:

$$ax + by + c = 0 \text{ এর সমান্তরাল, } ax + by + k = 0$$

* লম্ব সমলংঘ্য:

$$ax + by + c = 0 \text{ এর লম্ব, } \begin{cases} bx - ay + k = 0 \\ -bx + ay + k = 0 \end{cases}$$

* দুটি সমলংঘ্য সমান্তরাল হবে—

- ① মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 0^\circ, 180^\circ$
- ② $m_1 = m_2$ (OR) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

* দুটি সমলংঘ্য একই সমলংঘ্য বিন্দুতে কাটবে—

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

* দুটি সমলংঘ্য লম্ব হবে $\rightarrow$ ① $m_1 m_2 = -1$

$$\text{② } a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$$

* 3টি সমলংঘ্য সমবিন্দু হবে $\rightarrow$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

* দুটি সমলংঘ্যের ছেদবিন্দুগামী সমলংঘ্য / একক সমলংঘ্য:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \text{ --- (1)} \\ a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \text{ --- (2)} \end{cases} \rightarrow \text{① \& ② এর ছেদবিন্দুগামী সমলংঘ্য} \rightarrow a_1 x + b_1 y + c_1 + k(a_2 x + b_2 y + c_2) = 0$$

* $ax + by + c = 0$ রেখাটি $\left\{ \begin{array}{l} x\text{-অক্ষের সমান্তরাল হলে, } x \text{ এর সহগ} = a = 0 \\ y\text{-অক্ষের সমান্তরাল হলে, } y \text{ এর সহগ} = b = 0 \end{array} \right\} *$

* ମାମୁର ବିଷୟ (20) ନବମ (2012) ହସ୍ତ:

$P(x_1, y_1)$ হিষ্টি (যদি $ax + by + c = 0$ সত্য হয়)

नॉर्मल वेक्टर = $\frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

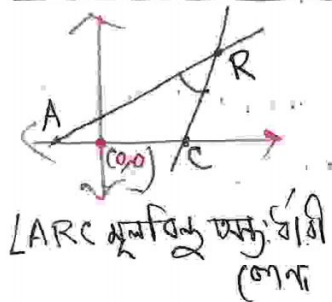
✕ দুটি বকরোয়ার তন্তুইউ শোণের নামস্থাপন:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{or} \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{or}$$

অনুগ্রহ করে (৭/৭) সমস্বাক্ষর

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

✳️ ਸੁਨਾਮਿਤੁ ਆਰ: ਬੀਬੀ / ਬਿਰਾਮਗੜੀ (ਮੇਰਾ ਸਮਝਿਆਰ:)

[illegible]

ii) C_2H_2 ਕਿਸਮਤ

(iii) $C_1 \times C_2 = 0$ হলে, দুটি বিন্দু অসংগত। (৩৭৭ নং)

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

* (#) $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$ হলে, স্প্রাড-সম্পর্কিত সমীকরণটি হল কবে।
সমস্যাটি সঠিক হয়।

* ସୂଚକୀ ଓ ସୂଚକୀ-ଅନୁସୂଚକୀ:

⑧ $a_1 a_2 + b_1 b_2 > 0$ रत,

$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

* সুসংলগ্ন সমীকরণ

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = - \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

* 2^o 11/3/22 ના તારીખના મંત્રી દ્વારા:

$$ax+by+c_1=0 \text{ } \cup \text{ } ax+by+c_2=0 \quad (0.215) \quad \text{or}$$

$\cos(\theta) = \frac{c_2 - c_1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2টি বেস-পারস্পর ছিদ্র এবং 2টি সমান্তরাল বাহুর
নিউক্লিয়ার অক্সিডাইজেশন always সমন্বিত

ନିହତ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ always ମନସ୍କ

⊗ $a_1 a_2 + b_1 b_2 < 0$ ३(न)

सूत्र $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

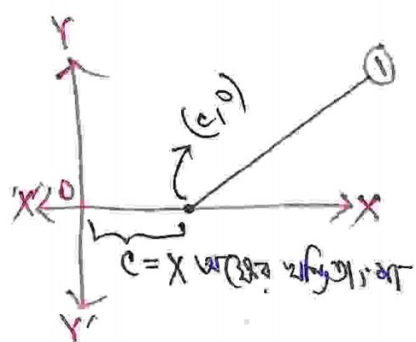
$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = - \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

* ABC ত্রিভুজের কর্ণের $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ হলে,

* $(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) + (y_1 - y_2)(y_1 - y_3) > 0$ হলে, LA সমান্তরাল *

* $(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) + (y_1 - y_2)(y_1 - y_3) < 0$ হলে, LA লম্ব *

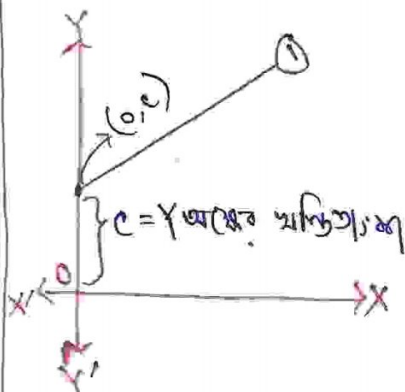
* চাল-ছকর আলাদা:



$$\therefore \frac{y-0}{x-c} = m$$

$$\Rightarrow y = mx - mc$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{m}y + c$$



$$\frac{y-c}{x-0} = m$$

$$\Rightarrow y = mx + c$$

* $x - 3y = c$ (১) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 15 = 0$ (২)
সম্পর্কিত হলে, x অক্ষের প্রতিদ্বন্দ্বিতা

$$\Rightarrow 2gx = -6x \Rightarrow g = -3 \quad \therefore (2) \text{ এর কেন্দ্র } (3, -4)$$

$$2fy = 8y \Rightarrow f = 4 \quad \therefore ব্যাসার্ধ = \sqrt{9 + 16 - 15} = \sqrt{10}$$

$$\frac{|3 - 3(-4) - c|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{|15 - c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow 15 - c = \pm 2\sqrt{60} \Rightarrow 15 - c = \pm 10$$

$$+ \Rightarrow c = 5$$

$$- \Rightarrow c = 25$$

$$(1) \Rightarrow x = 3y + c$$

$$\therefore \frac{1}{m} = 3 \Rightarrow m = \frac{1}{3} = \text{চাল}$$

$$\therefore c = x \text{ অক্ষের ছকর } = 5, 25$$

* $x^2 + y^2 = 25$ হলে x অক্ষের প্রতিদ্বন্দ্বিতা y অক্ষের সাথে 60° কোণ তৈরি হলে x অক্ষের প্রতিদ্বন্দ্বিতা কত?

$$\Rightarrow m = \tan(90 - 60) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

হি, সম্পর্কিত, $y = mx + c$ (১)

$$\frac{|0 - 0 + c|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5 \Rightarrow c^2 = 25(m^2 + 1)$$

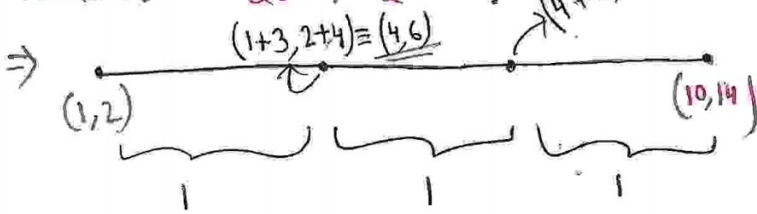
$$\Rightarrow c^2 = 25\left(\frac{1}{3} + 1\right)$$

$$\Rightarrow c = \pm \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{3}} \pm \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow y\sqrt{3} = x \pm 10$$

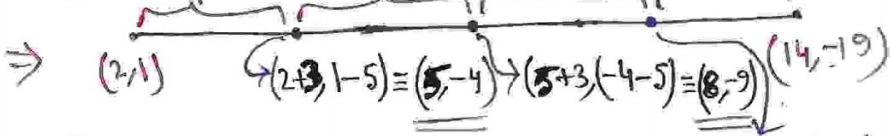
□

* (1,2) ও (10,14) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী রেখার সমান্তরাল সরাসরি সরাসরি? $(1+3, 2+4) = (4,6)$ $(4+3, 6+4) = (7,10)$



$$\begin{cases} 3 \text{ ভাগের জন্য দূরত্ব} = 10-1=9 \\ \therefore 1 \text{ ভাগের } " " = \frac{9}{3} = \underline{3} \\ 3 \text{ ভাগের জন্য (৭টি) বিন্দু} = 14-2=12 \\ \therefore 1 " " " = \frac{12}{3} = \underline{4} \end{cases}$$

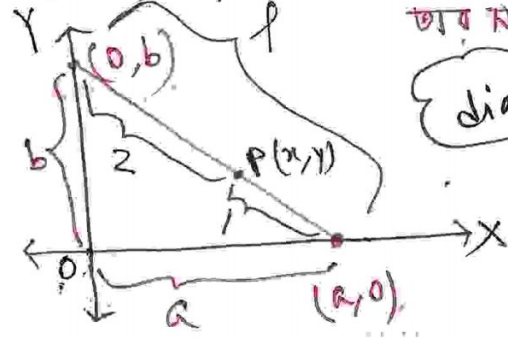
* (2,1) ও (14,-19) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী রেখার সমান্তরাল সরাসরি? $(2+3, 1-5) = (5,-4)$ $(5+3, -4-5) = (8,-9)$ $(8+3, -9-5) = (11,-14)$ $(11+3, -14-5) = (14,-19)$



$$\begin{cases} 4 \text{ ভাগের জন্য দূরত্ব} = 14-2=12 \\ \therefore 1 \text{ ভাগের } " " = \frac{12}{4} = \underline{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \text{ ভাগের জন্য (৫টি) বিন্দু} = -19-1=-20 \\ \therefore 1 " " " = -\frac{20}{4} = \underline{-5} \end{cases}$$

* ১ নির্ণয়কৃত একটি দ্রুত প্রান্তিক পদ্ধতি যা দুটি সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দ্রুত জায়ে যা কিছু জায়ে 1:2 অনুপাত বিতরণ করে তার সমান্তরাল? **Diagram**



$$x = \frac{1 \times 0 + 2 \times a}{1+2} \Rightarrow a = \frac{3x}{2}$$

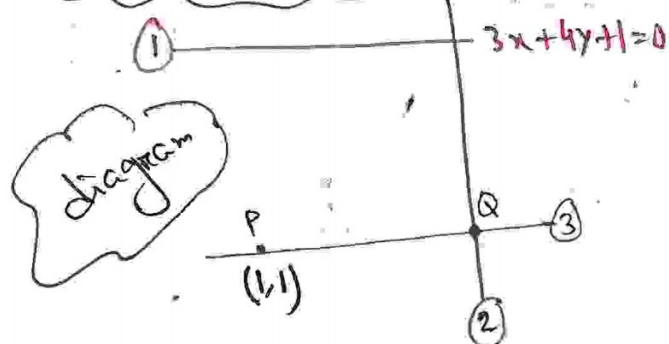
$$y = \frac{1 \times b + 2 \times 0}{1+2} \Rightarrow b = 3y$$

$$a^2 + b^2 = l^2$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2}{4} + 9y^2 = l^2 \quad \square$$

* (1,1) ବିନ୍ଦୁ ଥିବା $3x+4y+1=0$ (ସମୀକରଣର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ)
 $2x-3y+5=0$ (ସମୀକରଣର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ)

$\Rightarrow (1,1) \Rightarrow 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \neq 0$



① ଏହା ସମାନ୍ତର, $3x+4y+k=0$; ଯା (1,1) ଗଲେ

$\therefore 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + k = 0 \Rightarrow k = -7$

$\therefore$ ① ଏହା ସମାନ୍ତର, (ସମୀକରଣ), $3x+4y-7=0$ — ③

{ ② & ③ } $\Rightarrow Q\left(\frac{1}{17}, \frac{29}{17}\right)$

$\therefore PQ = \sqrt{\left(\frac{1}{17}-1\right)^2 + \left(\frac{29}{17}-1\right)^2} = \frac{20}{17}$ ଯଥାର୍ଥ

* ① ପରିଚ୍ଛେଦନୀୟ ରୂପ, $(8 \tan \theta, 5 \sec \theta + 1)$ ବିନ୍ଦୁର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ

$\Rightarrow$ ଯଦି, $x = 8 \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{8}$ — ①

$y = 5 \sec \theta + 1 \Rightarrow \sec \theta = \frac{y-1}{5}$ — ②

{ ①² - ②² } $\Rightarrow 1 = \frac{y^2 - 2y + 1}{25} - \frac{x^2}{64}$ — ③

* ② ପରିଚ୍ଛେଦନୀୟ ରୂପ, $(\theta + \frac{1}{\theta}, \theta - \frac{1}{\theta})$ ବିନ୍ଦୁର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ

$\Rightarrow x = \theta + \frac{1}{\theta}$ — ① { ① + ② } $\Rightarrow x + y = 2\theta$ — ③

$y = \theta - \frac{1}{\theta}$ — ② { ① - ② } $\Rightarrow x - y = \frac{2}{\theta}$ — ④

{ ③ x ④ } $\Rightarrow x^2 - y^2 = 4$ — ⑤

* ③ ପରିଚ୍ଛେଦନୀୟ ରୂପ, $(at^2, 2at)$ ବିନ୍ଦୁର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ

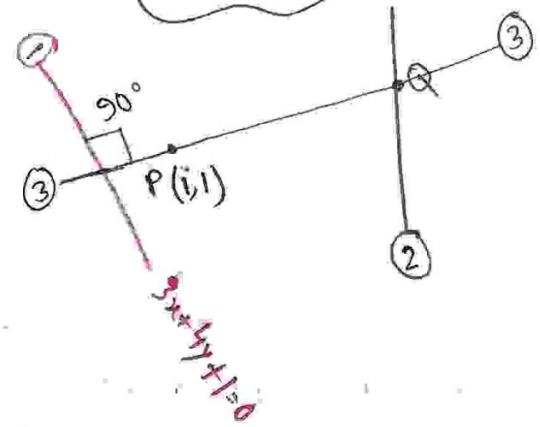
$\Rightarrow x = at^2 \Rightarrow t^2 = \frac{x}{a} \Rightarrow \left(\frac{y}{2a}\right)^2 = \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{y^2}{4a^2} = \frac{x}{a}$
 $y = 2at \Rightarrow t = \frac{y}{2a} \Rightarrow y^2 = 4ax$

[ମନେରଖ]

* (1,1) ବିନ୍ଦୁ ଥିବା $3x+4y+1=0$ (ସମୀକରଣର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ)
 $2x-3y+5=0$ (ସମୀକରଣର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପ)

$\Rightarrow (1,1) \Rightarrow 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \neq 0$

Diagram



① ଏହା ସମାନ୍ତର, $4x-3y+k=0$; ଯା P(1,1) ଗଲେ

$\therefore 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + k = 0 \Rightarrow k = -1$

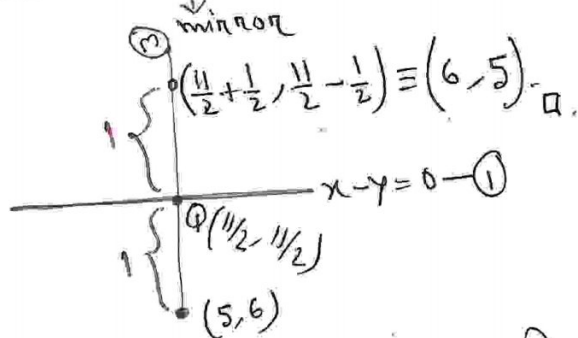
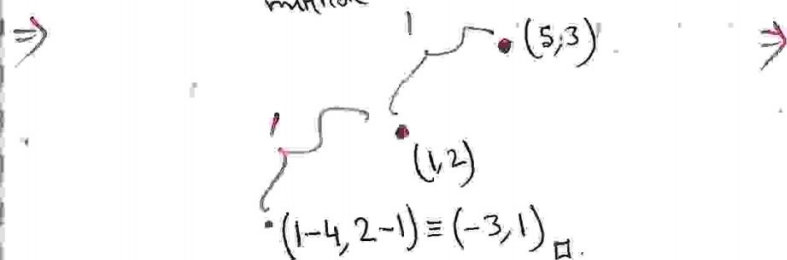
① ଏହା ସମାନ୍ତର, $4x-3y-1=0$ — ③

{ ③ & ② } $\Rightarrow Q\left(3, \frac{11}{3}\right)$

$\therefore PQ = \sqrt{(1-3)^2 + \left(1-\frac{11}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}$ ଯଥାର୍ଥ

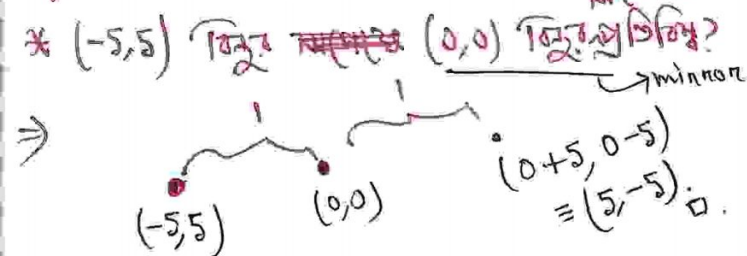
t ନାହିଁ!

* (1,2) ବିନ୍ଦୁ ମାଧ୍ୟମ (5,3) ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରତିବିम्ବ ? * $x-y=0$ ରେଖା ମାଧ୍ୟମ (5,6) ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରତିବିम्ବ ?



{ 1 ଜାମିନ କ୍ରମ ଲକ୍ଷ୍ୟ ମାପ = $1-5 = -4$
1 ଜାମିନ " (ଲମ୍ବ) " = $2-3 = -1$

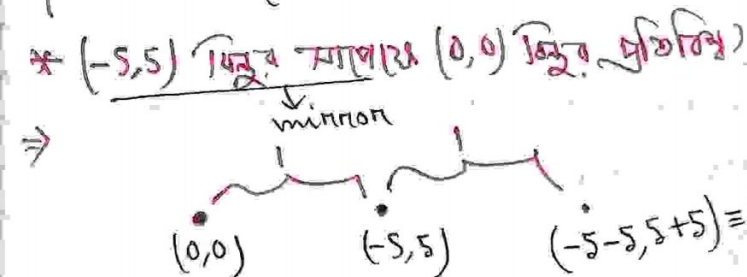
① ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ, $x+y+k=0$; ଯା (5,6) ମାଧ୍ୟମ।
⇒ $5+6+k=0 \Rightarrow k=-11$



∴ ଲକ୍ଷ୍ୟ (ଲମ୍ବ), $x+y-11=0$ — ③

{ 1 ଜାମିନ କ୍ରମ ଲକ୍ଷ୍ୟ ମାପ = $0-(-5) = 5$
1 " " (ଲମ୍ବ) " = $0-5 = -5$

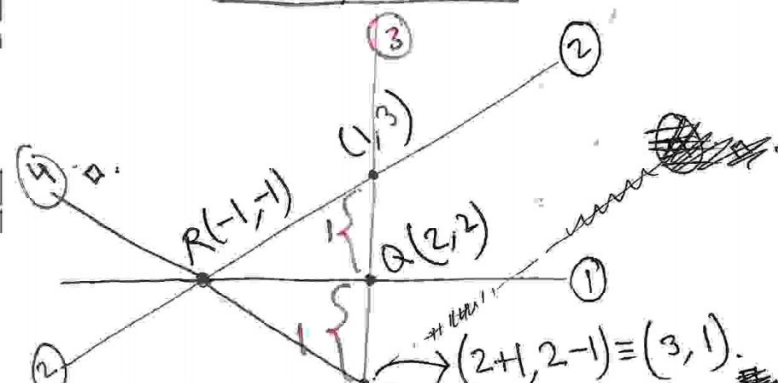
{ ① & ③ } ⇒ $(\frac{11}{2}, \frac{11}{2})$



{ 1 ଜାମିନ କ୍ରମ ଲକ୍ଷ୍ୟ ମାପ = $-5-0 = -5$
1 " " (ଲମ୍ବ) " = $5-0 = 5$

{ 1 ଜାମିନ କ୍ରମ ଲକ୍ଷ୍ୟ ମାପ = $\frac{11}{2}-5 = \frac{1}{2}$
1 " " (ଲମ୍ବ) " = $\frac{11}{2}-6 = -\frac{1}{2}$

* $y=x$ (এখানো সাপেক্ষে $y=2x+1$ (এখানো প্রতিস্থাপিত))
 $\Rightarrow$ ① & ② সমান্তরাল/সমান্তরাল



② এর উপর randomly $x=1$ হলে, $y=2 \cdot 1+1=3$
 $\therefore (1,3)$, ② এর উপর বিন্দু।

① এর ক্ষেত্রে, $y+x+k=0$; যা $(1,3)$ গামী।
 $\Rightarrow 3+1+k=0 \Rightarrow k=-4$
 $\therefore$ ① এর ক্ষেত্রে, $x+y-4=0$ — ③

$\{① \& ③\} \Rightarrow Q(2,2)$

$\begin{cases} 1 \text{ জাগ্রত ক্রম হ্রাস করে} = 2-1=1 \\ 1 \text{ " " (অর্থাৎ) " } = 2-3=-1 \end{cases}$

$\therefore$ ② এর সমান্তরাল, $2x-y+k=0$ যা $(3,1)$ গামী
 $\Rightarrow 2 \times 3 - 1 + k = 0 \Rightarrow k = -5$
 $\therefore$ ② এর সমান্তরাল, $2x-y-5=0$ — ④

$\{③ \& ④\} \Rightarrow R(-1,-1)$

$\therefore (3,1)$ ও $(-1,-1)$ গামী (এখন, $\frac{y-1}{x-3} = \frac{-1-1}{-1-3} = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow 2y-2-x+3=0 \Rightarrow x-2y-1=0$ — ⑤

* y জায়গায় সাপেক্ষে $x^2+y^2+6x+4y+1=0$ (এখানো প্রতিস্থাপিত)
 $\Rightarrow$ x এর বদলে $(-x)$ বসানো

$\therefore$ প্রতিস্থাপিত, $(-x)^2+y^2+6(-x)+4y+1=0$
 $\Rightarrow x^2+y^2-6x+4y+1=0$

* x জায়গায় সাপেক্ষে $x^2+y^2+6x+4y+1=0$ (এখানো প্রতিস্থাপিত)
 $\Rightarrow$ y এর বদলে $(-y)$ বসানো

* $3x+4y+1=0$ — ① (এখানো সাপেক্ষে $6x+8y+10=0$ (এখানো প্রতিস্থাপিত))
 $\Rightarrow$ ① & ② সমান্তরাল

$\Rightarrow \{① \& ②\} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \therefore ①, ②$ সমান্তরাল।
 $k=+5$
 $k=+1$
 $k=1-4=-3$

1 জাগ্রত ক্রম হ্রাস করে $1-10=-9$

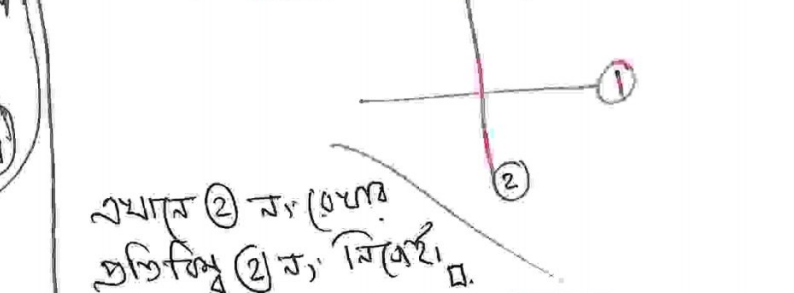
② $\Rightarrow 3x+4y+5=0$ — ②

1 জাগ্রত ক্রম k এর মান $1-5=-4$

$\therefore$ ③ এর ক্ষেত্রে, $3x+4y+(1-4)=0$
 $\Rightarrow 3x+4y-3=0$

* $3x+4y+1=0$ — ① (এখানো সাপেক্ষে $4x-3y+5=0$ (এখানো প্রতিস্থাপিত))
 $\Rightarrow$ ① & ② $m_1 \times m_2 = -\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = -1$

$\therefore ①, ②$ লম্বা।



এখানো ② এর (এখন প্রতিস্থাপিত) ② এর, বিপরীত।

* $y=x$ (এখানো সাপেক্ষে $x^2+y^2-2x+7y+1=0$ (এখানো প্রতিস্থাপিত))

$\Rightarrow$ x ও y জায়গায় অবস্থান পরিবর্তন

$\therefore x^2+y^2-2y+7x+1=0$ — প্রতিস্থাপিত

x বদলে $y=-y$

y বদলে $x=-x$

$y=x \Rightarrow x$ ও y পরস্পর অবস্থান পরিবর্তন

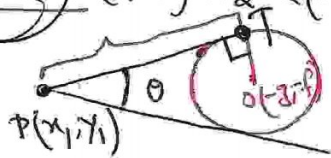
* $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ର (ଉପ) କ୍ଷତିକ୍ଷିପ୍ତ (x_1, y_1) ବିନ୍ଦୁର ଅକ୍ଷ

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

* $x^2 + y^2 = r^2$ ର (ଉପ) (x_1, y_1) ବିନ୍ଦୁର ଅକ୍ଷ $\rightarrow$

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2$$

* (ଉପ) କ୍ଷତିକ୍ଷିପ୍ତ $P(x_1, y_1)$ ବିନ୍ଦୁର ଅକ୍ଷ ଅକ୍ଷ ଦୂର $= PT = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$



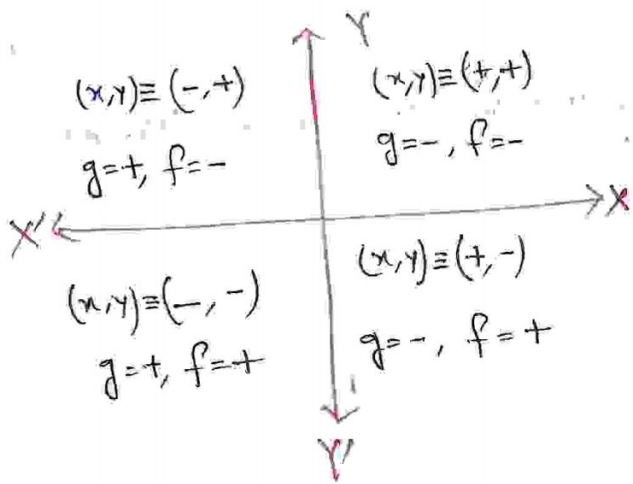
$$PT = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$$

* ଅକ୍ଷ ଦୂର ଅକ୍ଷ ଅକ୍ଷ ଅକ୍ଷ

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{\text{ଉପ} \text{ ગ્રામ્ય}}{\text{અક્ષ/અ. દૂર}} = 2 \tan^{-1} \frac{r}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}}$$

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{g^2 + f^2 - c}}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}}$$

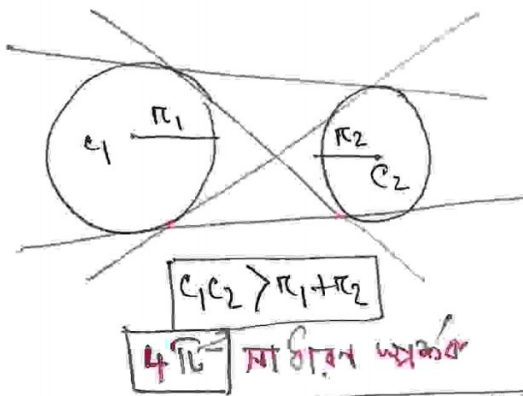
$$\begin{aligned} x^2 &\rightarrow x \cdot x_1 \\ y^2 &\rightarrow y \cdot y_1 \\ x &\rightarrow \frac{x + x_1}{2} \\ y &\rightarrow \frac{y + y_1}{2} \end{aligned}$$



* $P(x_1, y_1)$ ମାପକାରୀ ବିନ୍ଦୁ

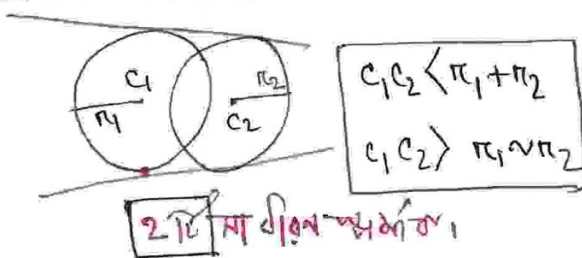
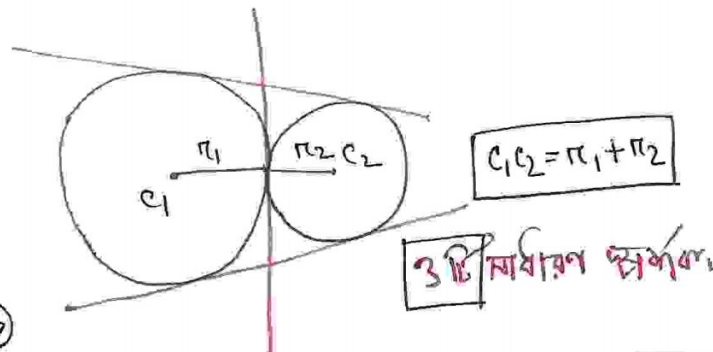
$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ର ମୂଳ ହେଉ,

$\left\{ \begin{array}{l} x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c = 0 \text{ ହେଲେ, } P(x_1, y_1) \text{ ହେଉଛି ପରିକାରୀ} \\ x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c > 0 \text{ ,, } P(x_1, y_1) \text{ ,, } \text{ବାହ୍ୟ} \\ x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c < 0 \text{ ,, } P(x_1, y_1) \text{ ,, } \text{ଅନ୍ତର୍ଗତ} \end{array} \right.$



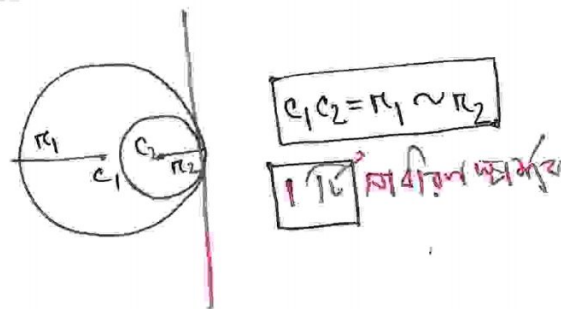
1

2

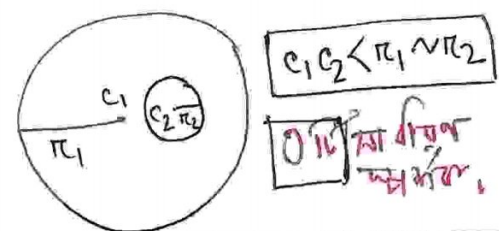


3

4



5



- ① $C_1 C_2 > r_1 + r_2 \rightarrow$ ④
 ② $C_1 C_2 = r_1 + r_2 \rightarrow$ ③
 ③ $\left. \begin{array}{l} C_1 C_2 < r_1 + r_2 \\ C_1 C_2 > r_1 \sim r_2 \end{array} \right\} \rightarrow$ ②
 ④ $C_1 C_2 = r_1 \sim r_2 \rightarrow$ ①
 ⑤ $C_1 C_2 < r_1 \sim r_2 \rightarrow$ ⑤

* એવી રૂઝા નથી. જો કોઈ મા $y=2$ લેખાઈ
 (3,2) ચિત્ર (ધાર) જો (1,4) ચિત્રમાં?

⇒ ચિત્ર : (3,2) ના ચિત્ર, $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0^2$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\therefore y - 2 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

① ② એ દ્વારિત્વમાં રૂઝ,

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 + k(y-2) = 0 \quad \text{--- (3) મા (1,4) ના ચિત્ર,}$$

$$\Rightarrow 1^2 + 4^2 - 6 - 4 \times 4 + 13 + k(4-2) = 0 \Rightarrow k = -4$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 - 4y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0 \quad \square.$$

* એવી રૂઝા નથી જો કોઈ મા $x^2 + y^2 - 25 = 0$ રૂઝા
 (3,4) ચિત્ર (ધાર) જો (6,3) ચિત્રમાં?

⇒ ચિત્ર

∴ (3,4) ના ચિત્ર, $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 0^2$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 25 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

∴ ① ② એ દ્વારિત્વમાં રૂઝ,

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 + k(x^2 + y^2 - 25) = 0 \quad \text{--- (3)}$$

મા (6,3) ના ચિત્ર,

$$\textcircled{3} \Rightarrow 6^2 + 3^2 - 6 \times 6 - 8 \times 3 + 25 + k(6^2 + 3^2 - 25) = 0$$

$$\Rightarrow k = -1/2$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 12x - 16y + 50 - x^2 - y^2 + 25 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 12x - 16y + 75 = 0 \quad \square.$$

* $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ ① $x - y = 0$ ②

$\Rightarrow$ ① $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$

② $\Rightarrow y = x$

① $\Rightarrow x^2 + x^2 - 2x + 6x - 6 = 0$

$\Rightarrow x = 1, -3$

② $\Rightarrow y = 1, -3$

$\therefore (1,1) \cup (-3,-3), (1,-3)$

$\therefore \theta = \tan^{-1} \pm \left(\frac{m_{OB} - m_{AB}}{1 + m_{OB} \times m_{AB}} \right)$ ③

$\therefore m_{OB} = \frac{-3+3}{-3-1} = 0$ $\therefore m_{AB} = \frac{-3-1}{-3-1} = 1$

③ $\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \pm \left(\frac{0-1}{1+0 \times 1} \right) = -45^\circ, 45^\circ$

↓
 $\therefore$ $\theta = -45^\circ, 45^\circ$

$\therefore$ $(\text{Angle}) = 2\theta = -90^\circ, 90^\circ$

$\sin \theta = \frac{OD}{OB}$
 $= \frac{1 - (-3) + 0}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1^2 + 3^2 - (-6)}}$
 $\Rightarrow \theta = 45^\circ$

* $3x - y - 1 = 0$ ① $(x-2)^2 + y^2 = 5$ ②

$\Rightarrow$ ② $(2,0)$

① $\Rightarrow y = 3x - 1$ ② $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 9x^2 - 6x + 1 - 5 = 0$
 $\Rightarrow x = 1, 0$

③ $\Rightarrow y = 3 - 1 = 2$ ③ $\Rightarrow y = 0 - 1 = -1$

$\therefore (2,0), (1,2), (0,-1)$

$m_{OB} = \frac{-1-0}{0-2} = \frac{1}{2}$

$m_{AB} = \frac{-1-2}{0-1} = 3$

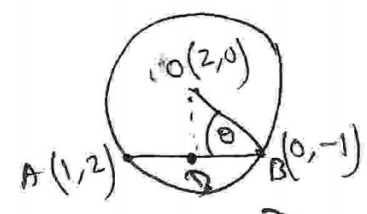
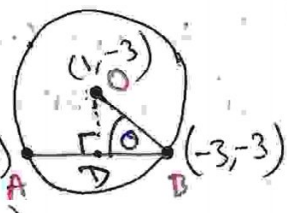
$\therefore \tan \theta = \pm \frac{\frac{1}{2} - 3}{1 + \frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \theta = -45^\circ, 45^\circ$

↓
 $\therefore \theta = -45^\circ, 45^\circ$

$D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 $\sin \theta = \frac{OD}{OB}$
 $\Rightarrow \theta = 45^\circ$

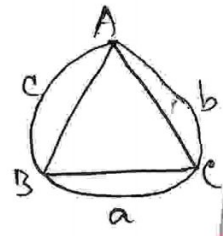
Diagram
 $2gx = -2x \Rightarrow g = -1$
 $2fy = 6y \Rightarrow f = 3$



* $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ হতে কেন্দ্র নির্ণয়।
 কেন্দ্র (২, ৩)।
 $2gx = -4x \Rightarrow g = -2$
 $2fy = 6y \Rightarrow f = 3$
 $\therefore$ কেন্দ্র $(2, -3)$

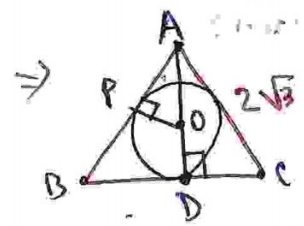
$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{4 + 9 - (-3)} = 4$ একক

$\frac{a}{\sin A} = 2r \Rightarrow \frac{BC}{\sin 60} = 2 \times 4$
 $\Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$



কেন্দ্রস্থিত $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3}$ বর্গ একক।

* $2\sqrt{3}$ একক কেন্দ্রস্থিত সমান্তরাল ত্রিভুজের অন্তর্ভুক্ত।



এখানে, O ত্রিভুজের
 কেন্দ্র, পরিমিত্র, ক্ষেত্র
 - কেন্দ্র।

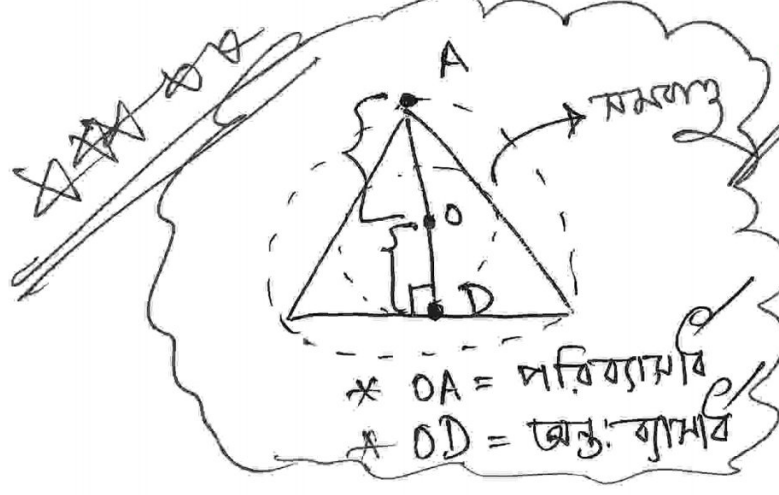
$BD = DC$; $AD \perp BC$, $OP \perp AB$, $AP = BP$
 $\therefore$ ব্যাসার্ধ $= OD = OP = r$ $AO/OD = 2/1$

$\triangle ABD$ এ, $AB = 2\sqrt{3}$; $BD = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore AD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3$

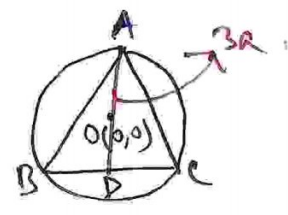
$r = OD = OP = AD \times \frac{1}{2+1} = \frac{3}{2+1} = 1$

$\therefore$ অন্তর্ভুক্ত (ক্ষেত্র) $= \pi r^2 = \pi$ বর্গ একক।



সমান্তরাল ত্রিভুজের কেন্দ্র
 কেন্দ্র, অন্তঃ কেন্দ্র, ক্ষেত্র ও পরিমিত্র একই
 বিন্দু।

* $O(0,0)$ কেন্দ্রস্থিত হতে একটি সমান্তরাল ত্রিভুজের অন্তর্ভুক্ত।
 কেন্দ্র 3a. বৃত্তের সমী?



$\Rightarrow$ এখানে $O(0,0)$
 ত্রিভুজের পরিমিত্র, কেন্দ্র
 ক্ষেত্র, অন্তঃ কেন্দ্র।

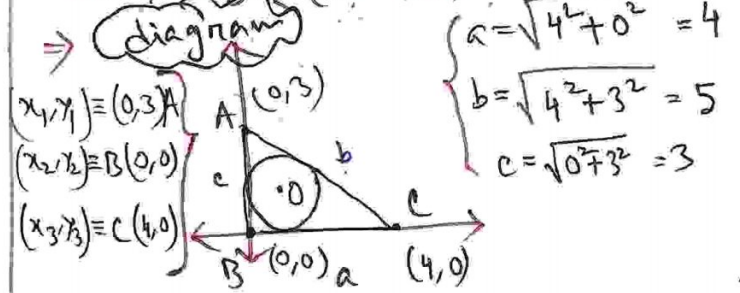
$BD = DC$, $BD \perp DC$ $AO:OD = 2:1$

$r = OA = AD \times \frac{2}{2+1} = 3a \times \frac{2}{2+1} = 2a$

$\therefore$ কেন্দ্র $(0,0)$

$\therefore$ বৃত্তের $x^2 + y^2 = (2a)^2$

* $(0,0)$, $(4,0)$ ও $(0,3)$ অর্ধ বৃত্তের
 ত্রিভুজের অন্তঃ বৃত্তের সমী?



অন্তঃ কেন্দ্র $O(x,y) = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$
 $= \left(\frac{4 \times 0 + 5 \times 0 + 3 \times 4}{4+5+3}, \frac{4 \times 3 + 5 \times 0 + 3 \times 0}{4+5+3} \right) = (1,1)$

$\therefore$ বৃত্তের কেন্দ্র অর্থাৎ $g^2 = f^2 = c$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \sqrt{g^2 + f^2 + c} = |g| = |-1| = 1$ একক।

$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1^2$

* $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ (1) $x - y = 0$ (2)

$\Rightarrow$ (1) $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$

(2) $\Rightarrow y = x$

(1) $\Rightarrow x^2 + x^2 - 2x + 6x - 6 = 0$

$\Rightarrow x = 1, -3$

(2) $\Rightarrow y = 1, -3$

$\therefore (1, 1) \cup (-3, -3), (1, -3)$

$\therefore \theta = \tan^{-1} \pm \left(\frac{m_{OB} - m_{AB}}{1 + m_{OB} \times m_{AB}} \right)$ (3)

$\therefore m_{OB} = \frac{-3+3}{-3-1} = 0$ $\therefore m_{AB} = \frac{-3-1}{-3-1} = 1$

(3) $\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \pm \left(\frac{0-1}{1+0 \times 1} \right) = -45^\circ, 45^\circ$

↓
ଅବସ୍ଥା (ମୂଳ ଠିକ)

$\therefore$ (ଅବସ୍ଥା) (ମୂଳ) $= 2\theta = -90^\circ, 90^\circ$

(ଅବସ୍ଥା) (ମୂଳ)

$\sin \theta = \frac{OD}{OB}$

$= \frac{1 - (-3) + 0}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1^2 + 3^2 - (-6)}}$

$\Rightarrow \theta = 45^\circ$

* $3x - y - 1 = 0$ (1) $(x-2)^2 + y^2 = 5$ (2)

$\Rightarrow$ (2) $(x-2)^2 + y^2 = 5$

(1) $\Rightarrow y = 3x - 1$ (3) (2) $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + 9x^2 - 6x + 1 - 5 = 0$

$\Rightarrow x = 1, 0$

(3) $\Rightarrow y = 3 - 1 = 2$ (3) $\Rightarrow y = 0 - 1 = -1$

Diagram

$\therefore (2, 0), (1, 2), (0, -1)$

$m_{OB} = \frac{-1-0}{0-2} = \frac{1}{2}$

$m_{AB} = \frac{-1-2}{0-1} = 3$

$\therefore \tan \theta = \pm \frac{\frac{1}{2} - 3}{1 + \frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \theta = -45^\circ, 45^\circ$

↓
ଅବସ୍ଥା (ମୂଳ ଠିକ)

$D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 $\sin \theta = \frac{OD}{OB}$
 $\Rightarrow \theta = 45^\circ$

কন্ট্রোল সাধারণ সমী, $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}$$

i) $a \neq 0$ and $h=0$ হলে, কন্ট্রোলটি রুড।

$$\Delta \neq 0$$

ii) $ab = h^2$ হলে, কন্ট্রোলটি পরাবৃত্ত।

$$e = 1$$

iii) $ab > h^2$ হলে, কন্ট্রোলটি উপবৃত্ত।

$$0 < e < 1$$

iv) $ab < h^2$ হলে, কন্ট্রোলটি অধিবৃত্ত।

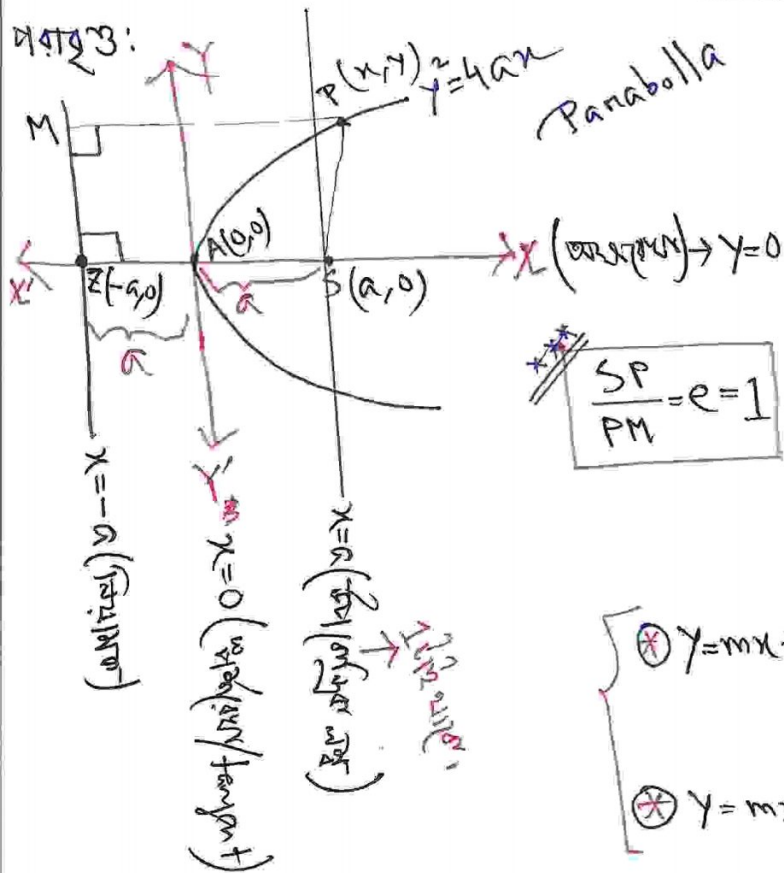
$$e > 1$$

e হলো উপকেন্দ্রিকতা।

$$\Delta = 0$$

হলে, একত্রান্ত সমকোণী কন্ট্রোল।

পর্যবৃত্ত:



$$A(0,0)$$

$$\text{Focus / উপকেন্দ্র, } S(a,0)$$

$$\text{সিগন্যাল পানথিল, } Z(-a,0)$$

$$\text{উপকেন্দ্রিকতা (e), } SP = x + a$$

$$\text{উপকেন্দ্রিকতা সূত্র, } PM = 4|a| = 4 \cdot SA = 2 \cdot SZ$$

* $y = mx + c$ (স্ট্রাইট) $y^2 = 4ax$ এর স্পর্শক হলে,

$$c = \frac{a}{m}$$
 * $y = mx + c$ (স্ট্রাইট) $x^2 = 4ay$ এর স্পর্শক হলে,

$$c = -am^2$$

* পর্যবৃত্ত (কিউ) (α, β) ও অক্ষের X -অক্ষের সমান্তরাল হলে,
$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$$

* পর্যবৃত্ত (কিউ) (α, β) ও অক্ষের Y -অক্ষের সমান্তরাল হলে,
$$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$$

$y^2 = 4ax \rightarrow$ X-ଆକାର ନାମାଂଶ ପ୍ରତିରୂପ $\leftarrow$ # $y^2 = -4ax$

A(0,0)
S(a,0) | PSP' = 4a

ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷ, $x=a$
 ଗିରିମତ, $x=-a$
 ଅକ୍ଷ(ସହ), $y=0$
 ଅକ୍ଷ(ପର), $x=0$

A(0,0)
S(-a,0) | PSP' = 4a

ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷ, $x=-a$
 ଗିରିମତ, $x=a$
 ଅକ୍ଷ(ସହ), $y=0$
 ଅକ୍ଷ(ପର), $x=0$

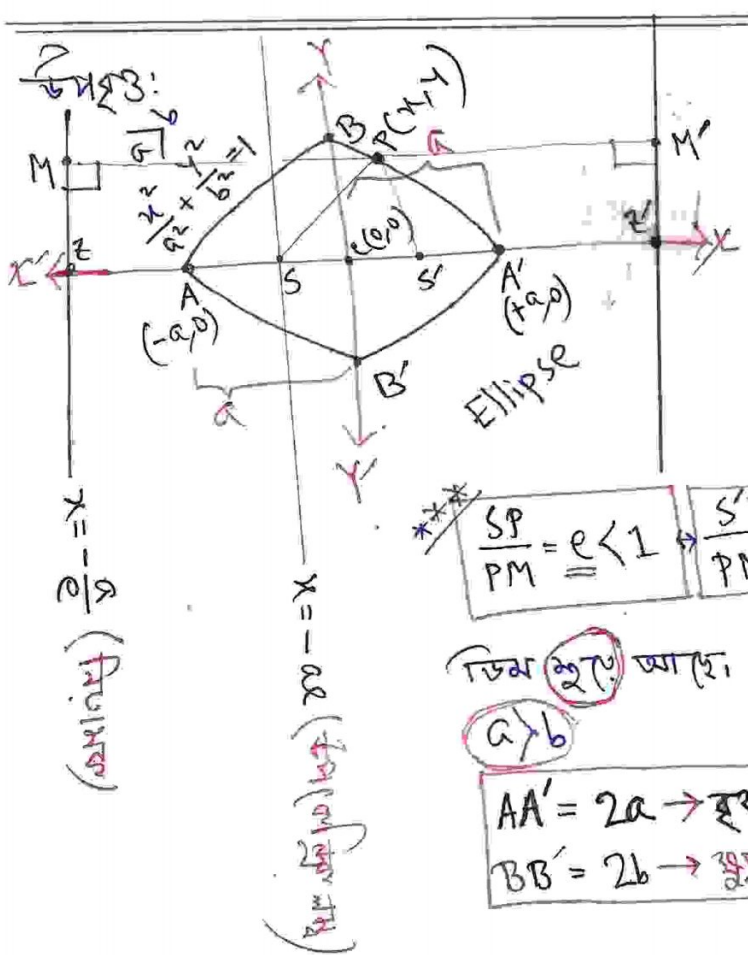
$x^2 = 4ay$ $\rightarrow$ Y-ଆକାର ନାମାଂଶ ପ୍ରତିରୂପ $\leftarrow$ # $x^2 = -4ay$

A(0,0)
S(0,a) | PSP' = 4a

ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷ, $y=a$
 ଗିରିମତ, $y=-a$
 ଅକ୍ଷ, $x=0$
 ଅକ୍ଷ(ପର), $y=0$

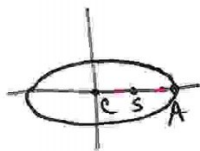
A(0,0)
S(0,-a) | PSP' = 4a

ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷ, $y=-a$
 ଗିରିମତ, $y=a$
 ଅକ୍ଷ, $x=0$
 ଅକ୍ଷ(ପର), $y=0$



- କେନ୍ଦ୍ର, C(0,0)
- ଶୀର୍ଷ, A, A' ($\pm a, 0$)
- Focus, S, S' ($\pm ae, 0$)
- ଗିରିମତର ସାମସିଦ୍ଧି, Z, Z' ($\pm \frac{a}{e}, 0$)
- ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷ, $x = \pm ae$
- ଗିରିମତ, $x = \pm \frac{a}{e}$
- 2nd focus ଯା ସମ୍ପର୍କିତ ହେଉ, $SS' = 2ae$
- 2nd ଗିରିମତ " " , $ZZ' = \frac{2a}{e}$
- ଉପ(ଲମ୍ବିତ) ଲକ୍ଷର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{2b^2}{a}$
- $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

a > b



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

C(0,0)

S(±ae, 0)

A(±a, 0)

Z(±a/e, 0)

উপলব্ধিত নক্স, x = ±ae

নিপাত, x = ±a/e

সুত্রসূত্র, y = 0 → x-অক্ষ ও দৈর্ঘ্য = 2a

সুত্রসূত্র, x = 0 ও দৈর্ঘ্য = 2b

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

অক্ষ অক্ষ
আড়া

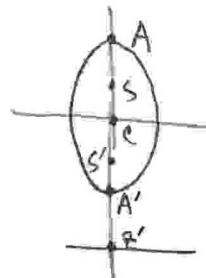
উপলব্ধিত নক্স

$$2b^2/a$$

$$SP + S'P = 2a$$

উপলব্ধিত নক্স

a < b



C(0,0)

S(0, ±be)

A(0, ±b)

Z(0, ±b/e)

উপলব্ধিত নক্স, y = ±be

নিপাত, y = ±b/e

সুত্রসূত্র, x = 0 → y-অক্ষ ও দৈর্ঘ্য = 2b

সুত্রসূত্র, y = 0 ও দৈর্ঘ্য = 2a

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$$

উপলব্ধিত নক্স

$$2a^2/b$$

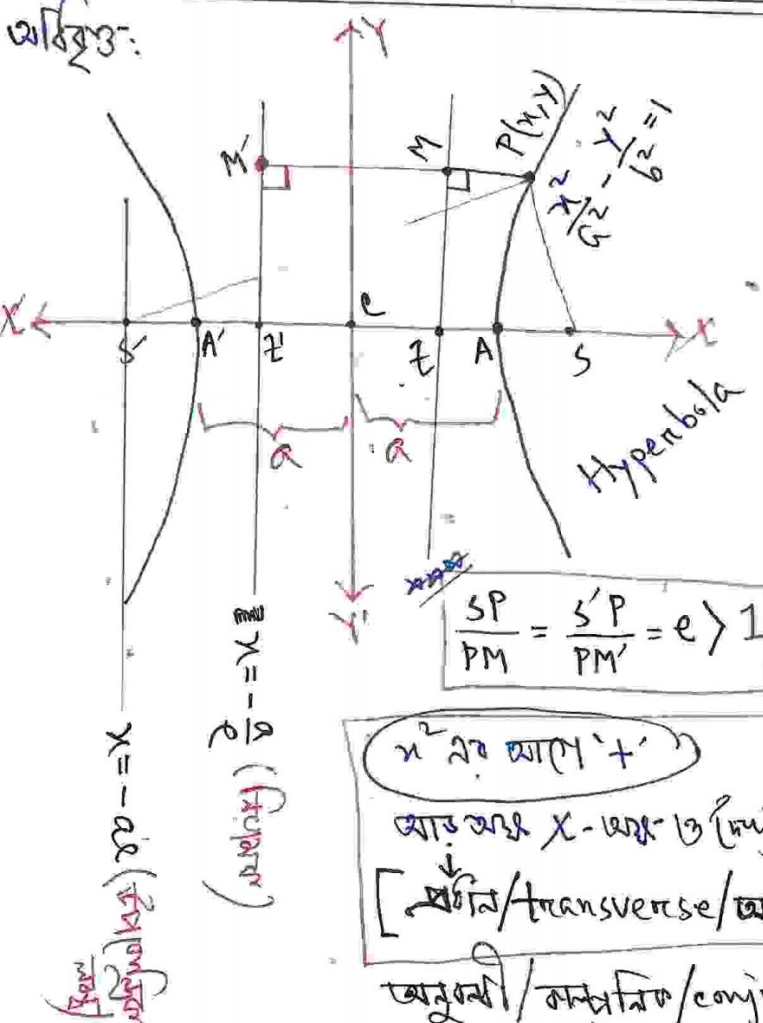
$$SP + S'P = 2b$$

উপলব্ধিত নক্স

কেন্দ্র (α, β) হলে,

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$$

অতিরিক্ত:



কেন্দ্র, C(0,0)

বীর্জ, A, A'(±a, 0)

Focus, S, S'(±ae, 0)

নিপাতের মানদ্রি, Z, Z'(±a/e, 0)

উপলব্ধিত নক্স, x = ±ae

নিপাত, x = ±a/e

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$2b^2/a$$

x² এর আগে '+'

আড়া অক্ষ x-অক্ষ ও দৈর্ঘ্য = 2a = AA'

[transverse/আড়া অক্ষ]

অনুক্রম/সম্পর্কিত/conjugate অক্ষ → y-অক্ষ ও দৈর্ঘ্য = 2b.

y-অক্ষের দৈর্ঘ্য 2b এর অর্ধেক

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\begin{array}{l} C(0,0) \\ S(\pm ae, 0) \\ Z(\pm \frac{a}{e}, 0) \\ A(\pm a, 0) \end{array} \left| \begin{array}{l} e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \\ \text{অসমতুল্য অক্ষ} \\ \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{2b^2}{a} \end{array} \right.$$

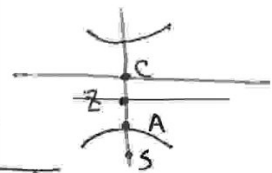
অসমতুল্য অক্ষ, $x = \pm ae$

সিঁড়ি অক্ষ, $x = \pm \frac{a}{e}$

আর অক্ষ, $y = 0 \rightarrow$ ~~x-অক্ষ~~ ও দৈর্ঘ্য = $2a$

অনুবর্তী অক্ষ, $x = 0$ ও দৈর্ঘ্য = $2b$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$



$$\begin{array}{l} C(0,0) \\ S(0, \pm be) \\ Z(0, \pm \frac{b}{e}) \\ A(0, \pm b) \end{array} \left| \begin{array}{l} e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} \\ \text{অসমতুল্য অক্ষ} \\ \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{2a^2}{b} \end{array} \right.$$

অসমতুল্য অক্ষ, $y = \pm be$

সিঁড়ি অক্ষ, $y = \pm \frac{b}{e}$

আর অক্ষ, $x = 0 \rightarrow$ ~~y-অক্ষ~~ ও দৈর্ঘ্য = $2b$

অনুবর্তী অক্ষ, $y = 0$ ও দৈর্ঘ্য = $2a$

পolar স্থানাঙ্ক (Polar coordinates):

$$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{Polar coordinates: } (r, \theta)$$

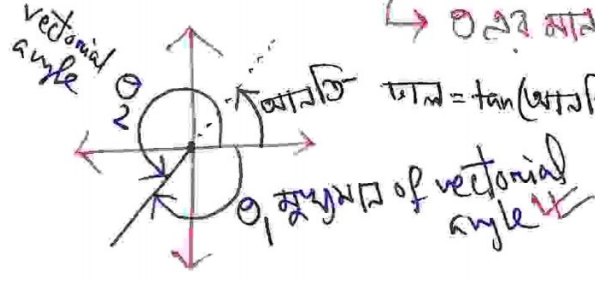
Cartesian coordinates

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Vectorial angle (or) vectorial angle θ .

θ এর মান $\Rightarrow$ সূচক $\Rightarrow$ (i) কম ঘূর্ণন, (ii) + (ঘণ্টা)

$$\text{স্লো} = \tan(\text{আবর্ত})$$



*** DO NOT Confuse it with আবর্ত/ঘূর্ণন. স্লো + 'ঘণ্টা' এর ঘূর্ণন. স্লো - 'ঘণ্টা' এর ঘূর্ণন. vectorial angle কম ঘূর্ণন/আবর্ত.

* Polar coordinates:

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$$

$$\therefore x^2 + y^2 = r^2 \quad \text{Polar coordinates, } r^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = r^2 \Rightarrow r = r$$

* Ellipse parametric equations:

$$a > b$$

$$P(x, y) = P(a \cos \theta, b \sin \theta)$$

$$\tan \theta = \frac{ay}{bx}$$

$$\frac{b}{a} \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$b > a$$

$$P(x, y) = P(a \sin \theta, b \cos \theta)$$

$$\tan \theta = \frac{bx}{ay}$$

$$\frac{a}{b} \tan \theta = \frac{x}{y}$$

* Hyperbola parametric equations:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$P(x, y) = P(a \sec \theta, b \tan \theta)$$

$$\tan \theta = \frac{y}{b}$$

$$b \tan \theta = y$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

$$P(x, y) = P(a \tan \theta, b \sec \theta)$$

$$\tan \theta = \frac{x}{a}$$

$$a \tan \theta = x$$

$$\text{Hyperbola parametric equations: } y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$ay = \pm bx$$

$$\frac{y}{b} = \pm \frac{x}{a}$$

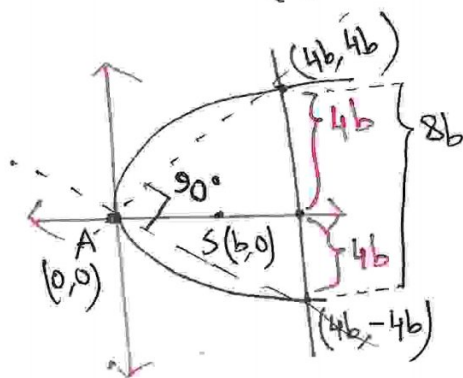
* $y^2 = 4bx$ পরাবর্ত্তের দ্বি-স্পর্শক দিগ ৪b রফ,
 prove করিওন যে তাই পরাবর্ত্তের স্পর্শক
 (৪b, ৪b) বিন্দুতে স্পর্শক হয়।

$$\Rightarrow y^2 = 4bx \text{ --- (1)}$$

$$\therefore a = b$$

$$\therefore S(b, 0)$$

$$(1) \Rightarrow (4b)^2 = 4bx \Rightarrow x = 4b$$



$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{4b-0}{4b-0} \Rightarrow y = x$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{-4b-0}{4b-0} \Rightarrow y = -x$$

$$\therefore m_1 \times m_2 = 1 \times (-1) = -1$$

$$\therefore \text{স্পর্শক}$$

* $y^2 = 24x$ পরাবর্ত্তের স্পর্শক জা ২৪ সমী. সমী. সমী.
 কব যা (২, ৩) বিন্দুতে স্পর্শক হয়।

$$\Rightarrow y^2 - 24x = 0 \text{ পরাবর্ত্তের স্পর্শক}$$

$$y_1 y_2 - 24 \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) = y_1^2 - 24x_1$$

$$(x_1, y_1) \equiv (2, 3)$$

$$\Rightarrow y \cdot 3 - 24 \left(\frac{x+2}{2} \right) = (3)^2 - 24 \times 2$$

$$\Rightarrow 6y - 24x + 30 = 0 \Rightarrow 12x - 3y - 15 = 0$$

* $y^2 = 4ax$ ও $x^2 = 4ay$ পরাবর্ত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক(এক) সমী.?

$$\Rightarrow \text{দ্বি, স্পর্শক, } y = mx + c$$

$$y^2 = 4ax \rightarrow c = \frac{a}{m} \text{ --- (1)}$$

$$x^2 = 4ay \rightarrow c = -am^2 \text{ --- (2)}$$

$$\frac{a}{m} = -am^2 \Rightarrow m^3 = -1$$

$$\Rightarrow m = -1$$

$$(1) \Rightarrow c = \frac{a}{-1} = -a$$

$$(3) \Rightarrow y = -x - a \Rightarrow x + y + a = 0$$

* $y = kx$ স্পর্শক(একটি) $y = x^2 + 4$ বিন্দুতে স্পর্শক হয়, $k = ?$

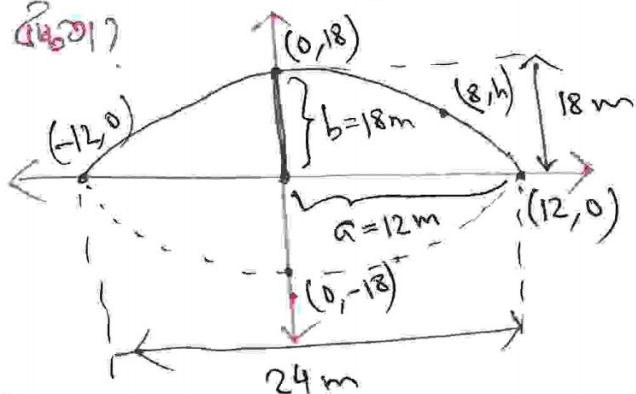
$$\Rightarrow (2) \Rightarrow kx = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 - kx + 4 = 0$$

$$\therefore D = 0$$

$$\Rightarrow (-k)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$$

$$\Rightarrow k = \pm 4$$

★ একটি পৌরসভার স্থানীয় সি(এ)এ ১৮ম
 নং সড়ক ২৪ম. প্রস্থের একটি বৃত্ত (যা ৪ম দূরত্ব
 স্থানীয় সি(এ)এ)?



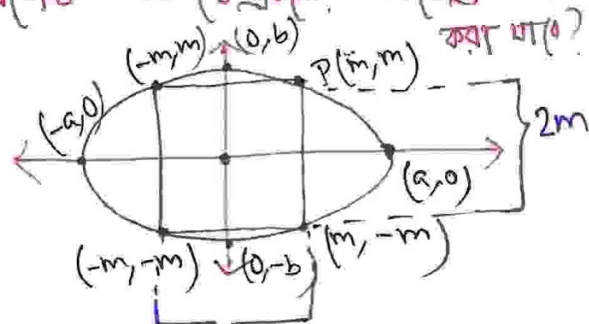
৬/৯

∴ সূত্র, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{(12)^2} + \frac{y^2}{(18)^2} = 1$ — (1)

(১) নং (৪, h) বিন্দু (1) ⇒ $\frac{8^2}{(12)^2} + \frac{h^2}{(18)^2} = 1 \Rightarrow h = 6\sqrt{5} \text{ m}$
 □.

★ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর পৌরসভার অক্ষের একটি বিন্দু
 অক্ষের বিন্দু সি(এ)এ — কত (প্রস্থের) বিন্দু বিন্দু
 বিন্দু বা?

⇒ বিন্দু
 $P(m, m)$



∴ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ — (1) যা $P(m, m)$ বিন্দু।

∴ $m^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) = 1 \Rightarrow m^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$

∴ বিন্দু বিন্দু (প্রস্থ) = $(2m)^2 = 4m^2 = \frac{4a^2 b^2}{a^2 + b^2}$
 □.

* અધિકૃત બિંદુ દ્વારા $(0, \pm 3)$, આસપાસ સમી.
 $y = \pm x$ રા, અધિકૃત સમી?

⇒ અધિકૃત સમી.

⇒ આસપાસ (i) $\times$ આસપાસ (ii) $+ \lambda = 0$ ***

∴ આસપાસ, $y - x = 0$ — (i) $\cup$ $y + x = 0$ — (ii)

∴ અધિકૃત, $(y - x)(y + x) + \lambda = 0$ — (3) યા $(0, \pm 3)$ માં.

(3) $\Rightarrow y^2 - x^2 + \lambda = 0 \Rightarrow (\pm 3)^2 - 0^2 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -9$

(3) $\Rightarrow y^2 - x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - y^2 + 9 = 0$

$\Rightarrow \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{9} = 1$ □.

Matrix $[\]$, $()$, $\| \|$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

2×3 = ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ A ର size / ଆକାର / order / ରାଶ = ହ୍ରାସିତ ନାମ
ସାଧି କ୍ରମ

ଜାଣ: ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରାଶ ଏକ ରାଶ,

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}_{3 \times 2}; P = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

$$\therefore N+P = \begin{pmatrix} 1+7 & 8+2 \\ 3+9 & 10+4 \\ 5+11 & 6+0 \end{pmatrix}_{3 \times 2} = P+N$$

କିନ୍ତୁ $N-P \neq P-N$ ~~ସତ୍ୟ~~

ସା. ମୁ.:

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}; P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$NP = \begin{bmatrix} 3+14+18 & -1+10+0 \\ 12+35+42 & -4+25+0 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$P = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 5 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2}; N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$PN = \begin{bmatrix} 3-4 & 6-5 & 9-7 \\ 7+20 & 14+25 & 21+35 \\ 6+0 & 12+0 & 18+0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$NP \neq PN$ ~~ସତ୍ୟ~~

ସାଧି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ: $N = [a_{ij}]_{1 \times n}$

ସାଧି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ: $N = [a_{ij}]_{n \times 1}$

ଆକାର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ: $N = [a_{ij}]_{n \times p}$
 ଯଦି $n \neq p$

ସା. ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ:

$$N = [a_{ij}]_{n \times n}$$

ଏକ $n \times n$ ବା n ଆକାର ସା. ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ ହ୍ରାସିତ
 ନାମ ମାତ୍ର କର $\Rightarrow$ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ / ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ

ସା. ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ trace = $a_{11} + a_{22} + a_{33} + \dots + a_{nn}$

* Diagonal matrix: $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

* Scalar matrix: $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

* Identity / unit matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3} = I_3$ (3 square matrix)

* Upper triangular matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

* Lower triangular matrix: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

* Singular matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ যদি $|N| = 0$ হয়,

* Non-Singular matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ যদি $|N| \neq 0$ হয়,

* Inverse matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ ও $P = [b_{ij}]_{n \times n}$

$NP = PN = I$ অথবা $N^{-1} = P$

* Transpose matrix: $N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \therefore N^t = N^T = N' = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3 \times 1} \therefore P^t = P^T = P' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}_{1 \times 3}$

* Symmetric matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা প্রতিফলক হবে যদি $N^t = N$

* Skew symmetric matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা বিপ্রতিফলক হবে যদি $N^t = -N$

* Idempotent matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা এককীয় হবে যদি $N^2 = N$

* Nilpotent matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা অশূন্য হবে যদি $N^n = [0]$

* Involuntary matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা অশূন্য হবে যদি $N^2 = I$

* Orthogonal matrix: $N = [a_{ij}]_{n \times n}$ তা orthogonal হবে যদি $N \cdot N^t = I$

~~$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$~~ ~~$AI = IA = A$~~ ~~$I^n = I$~~

~~$2D = 2^2 D$~~ ~~$|2D| = 2^3 |D|$~~

* Adjoint/Adjugate ম্যাট্রিক্স: বর্গাকার ম্যাট্রিক্স এর নিবন্ধক প্রত্যেক স্থিতির সমস্থানিক স্থানে মিতি ম্যাট্রিক্সের Transpose (৯০ ঘূর্ণন) ম্যাট্রিক্সের adjoint ম্যাট্রিক্স।

$$N^{-1} = \frac{\text{Adj } N}{|N|}$$

→ solve:

$|A| = 0$ হলে, N^{-1} বিদ্যমান (হয়) আনুগত্য।

co-factor

* $A = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \therefore |A| = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -3 - 10 = -13 \neq 0 \therefore A^{-1}$ বিদ্যমান।

$\therefore |A|$ এর সমস্থানিক, $A_{11} = (-1)^{1+1} 3 = 3$; $A_{12} = (-1)^{1+2} (-2) = 2$
 $A_{21} = (-1)^{2+1} (-5) = 5$; $A_{22} = (-1)^{2+2} (-1) = -1$

$\begin{matrix} 11 & 12 \\ + & - \\ 21 & 22 \\ - & + \end{matrix}$

$\therefore |A|$ এর সমস্থানিক দ্বারা মিতি ম্যাট্রিক্স = $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \therefore A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{1}{-13} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}^T$
 $\Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{13} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

* $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \therefore |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1(3-1) - 2(2+1) + 5(2+3) = 21 \neq 0 \therefore A^{-1}$ বিদ্যমান।

$\therefore |A|$ এর সমস্থানিক, $A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^2 [3 \times 1 - 1 \times 1] = 2$; $A_{12} = -3$; $A_{13} = 5$
 $A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3$; $A_{22} = 6$; $A_{23} = -3$; $A_{31} = -13$; $A_{32} = 9$; $A_{33} = -1$

$\therefore |A|$ এর সমস্থানিক দ্বারা মিতি ম্যাট্রিক্স = $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 6 & -3 \\ -13 & 9 & -1 \end{bmatrix} \therefore A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 6 & -3 \\ -13 & 9 & -1 \end{bmatrix}^T$

$\begin{matrix} 11+ & 12- & 13+ \\ 21- & 22+ & 23- \\ 31+ & 32- & 33+ \end{matrix}$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -13 \\ -3 & 6 & 9 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$

* অংশক (co-efficient) & বর্ধিত (Augmented) ম্যাট্রিক্স।

$\begin{cases} ax+by = \underline{\underline{c}} \\ dx+ey = \underline{\underline{f}} \end{cases} \times \# \text{ সমস্ত ম্যাট্রিক্স}$
 $\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}$

$\# \text{ বর্ধিত ম্যাট্রিক্স}$
 $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} a_1x+b_1y & a_2x+b_2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}$ হলে, $\begin{cases} a_1x+b_1y = c_1 \text{ --- ①} \\ a_2x+b_2y = c_2 \text{ --- ②} \end{cases}$
 2টি ম্যাট্রিক্স সমান হলে, তাদের অনুল্লিখ স্থিতির প্রথম প্রথম স্থানে সমান।

Cramer's rule: ***

2 চলক বিশিষ্ট সমী. সারি ও কলাম:

*
$$\begin{bmatrix} a_1x + b_1y \\ a_2x + b_2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \text{ --- (1)} \\ a_2x + b_2y = c_2 \text{ --- (2)} \end{cases}$$

*
$$D = \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \# D_y = \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

*
$$D_x = \Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad \boxed{x = \frac{\Delta_x}{\Delta}} ; \boxed{y = \frac{\Delta_y}{\Delta}}$$

নির্ণায়ক যেখানে সারি/কলামের দুটি দুটির মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়, সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়।

*
$$a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = |N| = a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} = a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} = |N|$$

সারি বরাবর সারি বরাবর কলাম বরাবর

*
$$a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33} = a_{13}A_{11} + a_{23}A_{21} + a_{33}A_{31} = 0$$

{ দুটি সারি বরাবর } { দুটি কলাম বরাবর }
 { সূত্র অনুসারে সারি বরাবর } { সূত্র অনুসারে কলাম বরাবর }

নির্ণায়ক যেখানে সারি/কলাম দুটি দুটির মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়, সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়।

নির্ণায়ক 0:

① নির্ণায়ক যেখানে 2 টি সারি/কলাম সদৃশ / একই হলে, নির্ণায়ক মান 0।

*
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

② নির্ণায়ক যেখানে সারি/কলাম দুটি দুটির মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়, সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়।

*
$$2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & -1 \\ 6 & 2 & 4 \end{vmatrix} \# \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix} = (-1) \times 0 = 0$$

3 চলক বিশিষ্ট সমী. সারি ও কলাম:

*
$$\begin{bmatrix} a_1x + b_1y + c_1z \\ a_2x + b_2y + c_2z \\ a_3x + b_3y + c_3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \text{ --- (1)} \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \text{ --- (2)} \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \text{ --- (3)} \end{cases}$$

*
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \# \Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

*
$$\Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad \# \Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

*
$$\boxed{x = \frac{\Delta_x}{\Delta}} ; \boxed{y = \frac{\Delta_y}{\Delta}} ; \boxed{z = \frac{\Delta_z}{\Delta}}$$

~~মোট 2 নির্ণায়ক common → 1 → সবাই 0~~

③. निर्माणक पाश्चात्यां 2 डि. कला वा उप-नि 2 डि. मारि द्वारा विनिम्ब कर (interchange)

$$\# \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 7 \\ -1 & 7 & -6 \end{vmatrix} = 24 \quad \therefore \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 4 \\ -1 & -6 & 7 \end{vmatrix} = -24 \quad \# \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 7 \\ -1 & 7 & -6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 7 & -6 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 7 & -6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= - \begin{vmatrix} -1 & 7 & -6 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4) निम्नलिखित आव्यूहों का क्रम, क्रमों वाले आव्यूह परिणत करें, निम्नलिखित मान प्रकट करें।

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

$$\# \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 16 \quad \therefore \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 16$$

⑤ নিৰ্মাণতঃ- যোগ্যতা চাবি/কলামৰ প্রতিটি-ছড়ি-দুটি ছড়িৰ সমষ্টি-অনুবন্ধ ক্ৰমে-
থালৈ, আৰু- ২টি নিৰ্মাণতঃ সমষ্টি/অনুবন্ধক। পূৰ্ণতা হয় নাই।

$$\# \begin{vmatrix} a \pm n & d & g \\ b \pm k & e & h \\ c \pm p & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} \pm \begin{vmatrix} n & d & g \\ k & e & h \\ p & f & i \end{vmatrix}$$

$$\# \begin{vmatrix} a+n & d+e & g \\ b+k & e+f & h \\ c+p & f+t & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d+e & g \\ b & e+f & h \\ c & f+t & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n & d+e & g \\ k & e+f & h \\ p & f+t & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n & d & g \\ k & e & h \\ p & f & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & e & g \\ b & f & h \\ c & t & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n & e & g \\ k & f & h \\ p & t & i \end{vmatrix}$$

⑥ নির্দিষ্ট যেখানে 1 টি সারি/কলামে ছুঁটিমুন্ডির সাথে মোট $2 \times 2 = 4$ টি বাক্স আছে।
মোট সারি/কলামের সাথে মোট $2 \times 2 = 4$ টি নির্দিষ্ট মোট $4 \times 4 = 16$ টি থাকে।

$$\# \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+nd & d & g \\ b+ne & e & h \\ c+nf & f & i \end{vmatrix} ; [\underline{c_1} = \underline{c_1} + n \cdot c_2]$$

$$\# \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a-n_1 & d-n_1 & g-n_1 \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}; [\underline{n_1} = \underline{n_1} - n \cdot n_3]$$

$$\textcircled{*} A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \text{ find } A^{100} = ?$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = i \times I_2$$

$$\therefore A^{100} = i^{100} \times \textcircled{I_2^{100}} = i^0 \times \textcircled{I_2} = I_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vector

* একক vector, $\hat{n} = \frac{n}{|n|} = n$ ভেক্টর (এর সমান্তরাল একক ভেক্টর) (+ use করে সমান্তরাল vector এ)

* a ও b ভেক্টর (এর সমান্তরাল উপর লম্ব একক ভেক্টর), $\hat{n} = \pm \frac{a \times b}{|a \times b|} = a$ ও b ভেক্টর দুটির উপর লম্ব একক ভেক্টর।

* a ও b সমান্তরাল লম্ব হবে যদি $a \cdot b = |a| |b| \cos 90^\circ = 0$ হয়,

* a ও b " সমান্তরাল যদি $a \times b = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0$ হয়,

$$\begin{cases} a = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k} \\ b = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k} \\ c = c_1 \hat{i} + c_2 \hat{j} + c_3 \hat{k} \end{cases}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

* Scalar triple / box product:

* a, b, c ভেক্টর আয়তন =

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

* a, b, c ভেক্টর তিনটি সমতলীয় / একই সমতলে থাকলে যদি $a \cdot (b \times c) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

* Vector Algebra:

a, b, c ভেক্টর, n ও p scalar.

* $a + b = b + a$

* $a \times b = -(b \times a)$ * $a \cdot b = b \cdot a$

* $(a + b) + c = a + (b + c)$

* $a + 0 = 0 + a = a$

* $na = an$

* $a + (-a) = (-a) + a = 0$

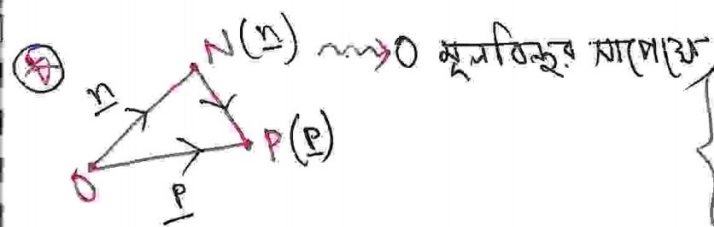
* $(a + b)n = an + bn = n(a + b)$

a এর প্রমাণিত বিপরীত $-a$

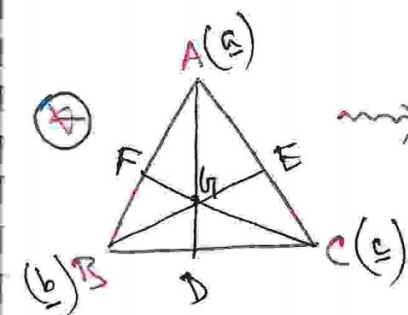
* $a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = b \cdot a$

* a ভেক্টর উপর b ভেক্টর অতিপ্রক্ষেপ = $|b| \cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a|}$

* a ভেক্টর বরাবর b ভেক্টর উপাংশ = $|b| \cos \theta \hat{a} = \frac{a \cdot b}{|a|} \hat{a}$



$$\left\{ \begin{array}{l} N \text{ વિસ્તર અભૂત (ફેર) } = \vec{ON} = \underline{n} \\ P \text{ વિસ્તર } " " = \vec{OP} = \underline{p} \\ \vec{NP} = \underline{p} - \underline{n} = \vec{OP} - \vec{ON} \\ \vec{PN} = \underline{n} - \underline{p} = \vec{ON} - \vec{OP} = -\vec{NP} \end{array} \right.$$



ધરિ, 0 સૂચકિત્વ AD, BE, CF સરખાતે A, B, C વિસ્તર અભૂત (ફેર) સૂચકિત્વ $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \therefore D \text{ વિસ્તર અભૂત (ફેર) } = \frac{\underline{b} + \underline{c}}{2} \\ \therefore E " " " = \frac{\underline{a} + \underline{c}}{2} \\ \therefore F " " " = \frac{\underline{a} + \underline{b}}{2} \end{array} \right.$$

ગુણિત્વ અભૂત (ફેર) = $\frac{\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}}{3}$

*** $\underline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, $\underline{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$; $\underline{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$
 x, y, z scalar.

* $\underline{a}$ વિસ્તરમાં $\underline{b}$ (ફેર) સમાવેશ સરખાતે $\underline{r} = \underline{a} + \lambda \underline{b}$

$$\therefore \underline{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = \underline{a} + \lambda \underline{b} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k} + \lambda(b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k})$$

$$\Rightarrow x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = (a_1 + \lambda b_1)\hat{i} + (a_2 + \lambda b_2)\hat{j} + (a_3 + \lambda b_3)\hat{k}$$

$$\therefore \frac{x - a_1}{b_1} = \frac{y - a_2}{b_2} = \frac{z - a_3}{b_3} = \lambda$$

vector માં.

* દૂર વિસ્તરમાં (દૂર વિસ્તર અભૂત vector માં) સરખાતે:

$\underline{a}$ વિસ્તર $\underline{b}$ વિસ્તરમાં સરખાતે $\underline{r} = \underline{a} + \lambda(\underline{b} - \underline{a})$ → vector માં.

* (ફેર) સમાવેશ સમાવેશ $\underline{a}$ $\underline{b}$ (ફેર) સમાવેશ vector $\underline{r} = \mu \underline{a} + \lambda \underline{b}$

Function

* $A = \{a, b, c\}; B = \{1, 2\} \therefore A \times B = \{a, b, c\} \times \{1, 2\} = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 2)\}$

এখন, $R \subseteq A \times B$ ($R \neq \emptyset$) একটি অনুসূচী হবে।

যদি R একটি function হবে —

- (i) R এর জন্য সমস্ত $a \in A$ একটি $b \in B$ উপস্থিত হবে।
- (ii) যদি $R = A$ হবে, $\rightarrow$ এক set A.

Or

R একটি function হবে —

- (1) A সর্বত্র সমস্ত $a \in A$ একটি $b \in B$ উপস্থিত হবে।

$f: A \rightarrow B$ f is a function of A into B .

Domain $\rightarrow$ codomain

Range $\subseteq$ co-domain

- (2) A সর্বত্র সমস্ত $a \in A$ একটি $b \in B$ উপস্থিত হবে।

- (3) A সর্বত্র সমস্ত $a \in A$ একটি $b \in B$ উপস্থিত হবে।

* Inverse Relation R^{-1} :

$R = \{(a, 1), (b, 2)\}$

R function হবে

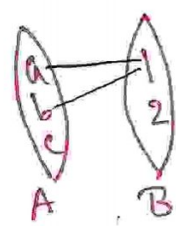
যদি $\text{Dom } R = \{a, b\} \neq \{a, b, c\}$

$\therefore R^{-1} = \{(1, a), (2, b)\}$

$\text{Dom } R^{-1} = \{1, 2\} = \text{Range } R$

$\text{Range } R^{-1} = \{a, b\} = \text{Dom } R$

* mapping:



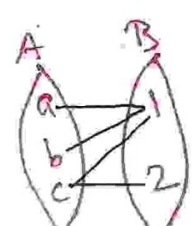
$R = \{(a, 1), (b, 1)\}$

$\therefore \text{Dom } R \neq A$

$\therefore R$ function হবে R হবে

$\text{Range } R = \{1\}$

$\text{Co-domain} = \{1, 2\}$

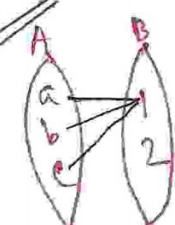


$R = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (c, 2)\}$

R হবে, R হবে function হবে

$\text{Range } R = \{1, 2\}$

$\text{Co-domain} = \{1, 2\}$



$R = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1)\}$

$\therefore \text{Dom } R = \{a, b, c\} = A$

$\therefore R$ হবে R হবে function

$\text{Range } R = \{1\}$

$\text{Co-domain} = \{1, 2\}$

* Interval: $a, b \in \mathbb{R}$ & $a < b$ হলে,

① খোলা/open:
 (a, b) / $]a, b[$



④ বন্ধ/closed:
 $[a, b]$



⑥ Infinite open:
 $(-\infty, a)$



○ — open
 ● — closed

$\{-5, 5\}$
 ২ টি সদস্য
 $(-5, 5) =]-5, 5[$
 ↓
 অসীম সদস্য

② খোলা এক-বন্ধ/open & close:
 $(a, b]$



⑤ Open infinite:
 (a, ∞)



⑦ Infinite closed:
 $(-\infty, a]$



③ closed & open:
 $[a, b)$



⑥ closed infinite:
 $[a, \infty)$



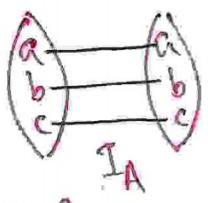
⑧ Infinite:
 $(-\infty, \infty)$



সম্পূর্ণ ফাংশন: (even)
 $f(x) = f(-x)$
 অসম্পূর্ণ ফাংশন: (odd)
 $f(x) = -f(-x)$

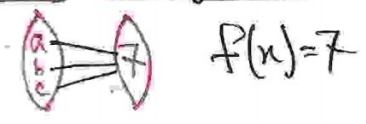
* আইডেনটিটি/identity function I_A :

$f(x) = x$ & $f: A \rightarrow A$



* কনস্ট্যান্ট/constant function:

$f: A \rightarrow B$ & $\text{Range } f = \{\text{কোন 1 টি উপাদান}\}$

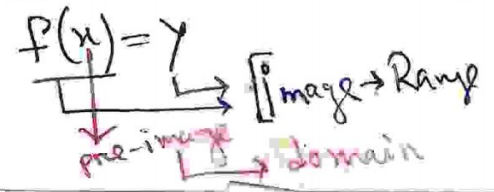


* বিপরীত/Inverse function:

$f: A \rightarrow B$ একটি এক-এক ও সার্বিক function হলে $f^{-1}: B \rightarrow A$ কে বিপরীত function বলে।
 যদি B সবারে প্রত্যেক আধারে হয় A সবারে 1 টি & কখনো 1 টি উপাদান থাকে।

* Pre-image:

image হলে কতটা x এর পাশে দাঁড়ায় $\Rightarrow$ pre-image.



বিপরীত function এ হলে তা pre-image এর value হারিয়ে পড়ে।

{ domain $\Rightarrow$ x ସ୍ୱାଧୀନ ଚଳାଚଳ ପଦର ମାନର ସ୍ୱାଧୀନ ଭାବେ $f(x)$ ବା y ମ. ଆକାଂଷିତ ହୁଏ। } Domain & Range
 { Range $\Rightarrow$ y ଏବଂ ପଦର ମାନର ସ୍ୱାଧୀନ x ମ. ଆକାଂଷିତ ହୁଏ। } function, or
 (କ୍ଷେତ୍ର) final
 (ଅର୍ଥ) domain
 ଫଳ ସ୍ୱାଧୀନ

determine dom & Range:

- (i) $\frac{c}{\square}$
 (ii) $\sqrt{\square}$
 (iii) special function
 (log, sin, ln)
- ଏହି 3 type
 ସ୍ୱାଧୀନ ବାରି
 ମାତ୍ର function
 ଏବଂ Domain = $\mathbb{R}$

$\text{Dom } f = \mathbb{R}$

$2x+5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{5}{2}$

$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

$2x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{5}{2}$

$\text{Dom } f = \left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$

Root ମ. ଆକାଂଷିତ problems:

Odd root
 $f(x) = \sqrt[3]{2x+5}$
 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x+5}}$

Even root
 $f(x) = \sqrt[4]{2x+5}$
 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{2x+5}}$

$2x+5 > 0 \Rightarrow x > -\frac{5}{2}$

$\text{Dom } f = \left(-\frac{5}{2}, \infty\right)$

Logarithm ମ. ଆକାଂଷିତ problems:

$f(x) = \log_a x$

{
 (i) $x > 0$
 (ii) $a > 0$ ଏବଂ $a \neq 1$
 }

$\otimes \log_a x = p \Rightarrow x = a^p$
 inverse

$$\textcircled{*} f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x+1 \text{ र (w), } f(x+3) \text{ ज्ञात है } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \therefore f\left(\frac{x}{x+1}\right) = y \Rightarrow \frac{x}{x+1} = f^{-1}(y)$$

$$\therefore y = x+1 \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{f^{-1}(y)}{y} = \frac{x}{x+1} \Rightarrow x = y-1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{y-1}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{y-1}{y} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-1}{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\textcircled{*} f(x+f(x)) = 4f(x) \text{ व } f(1) = 4 \text{ र (w) } f(21) = ?$$

$$\Rightarrow \textcircled{1} \Rightarrow x=1 \text{ रखते हैं, } f(1+f(1)) = 4f(1)$$

$$\Rightarrow f(5) = 4 \times 4 = 16$$

$$\therefore f(21) = f(5+16) = f(5+f(5)) = 4f(5)$$

$$= 4 \times 16 = 64$$

$$\textcircled{*} 2f(x) + 3f(-x) = x^2 - x + 1 \text{ र (w), } f(x) = ?$$

$$\Rightarrow 2f(x) + 3f(-x) = x^2 - x + 1 \text{ --- (1)}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow x \text{ जगह } (-x) \text{ रखते हैं,}$$

$$2f(-x) + 3f(x) = x^2 + x + 1 \text{ --- (2)}$$

$$\{(1) \times 2 - 3 \times (2)\} \Rightarrow 4f(x) - 9f(x) = 2x^2 - 2x + 2 - 3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{5}$$

$$\textcircled{*} f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = x+2 \text{ र (w), } f(x) = ?$$

$$\Rightarrow \therefore f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = y \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$\therefore x+2 = y$$

$$\Rightarrow x = y-2 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{y-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-x}{1+x} = \frac{1-y+2}{1+y-2} = \frac{3-y}{y-1} = f^{-1}(y)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x-1}$$

जवाब,

$$f^{-1}(x) = y \Rightarrow f(y) = x$$

$$\therefore \frac{x-1}{x} = y$$

$$\Rightarrow x = \frac{+1}{1-y} = f(y)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{+1}{1-x}$$

$$\therefore f(x+3) = \frac{+1}{1-x-3}$$

$$\therefore \int f(x+3) dx = - \int \frac{dx}{x+2}$$

$$= -\ln|x+2| + C$$

$$\textcircled{1} f^{-1}(x) = ?$$

$$\textcircled{2} f(x) = ?$$

$$\textcircled{*} f(a^x) - x f(a^{-x}) = a^{3(x+1)} \text{ र (w), } f(1) = ?$$

$$\Rightarrow x=0 \text{ रखते हैं,}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow f(1) - 0 = a^{3(0+1)}$$

$$\Rightarrow f(1) = a^3$$

$$\textcircled{*} f(x^2 - 5x + 4) = x+3 \text{ र (w), } f(-2) = ?$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 = -2$$

$$\Rightarrow x = 3, 2$$

$$x = 3 \text{ र (w),}$$

$$f(9-15+4) = f(-2) = 3+3 = 6$$

$$x = 2 \text{ र (w),}$$

$$f(4-10+4) = f(-2) = 2+3 = 5$$

* এক-এক / Only One / Injective function: $x_1, x_2 \in \text{Dom } f$ অব $x_1 \neq x_2$ হলে $f(x_1) \neq f(x_2)$

Tricks: এক একে rough এ function এ domain এর প্রত্যেক ২টি নির্দিষ্ট value বর্ণিত হয়।

এক-এক হলে,
 $x_1, x_2 \in \text{Dom } f$
 $\therefore f(x_1) = f(x_2)$
 $\vdots$
 $\vdots$
 $\Rightarrow x_1 = x_2 \therefore$ এক-এক।

এক-এক নয় হলে,
 $\downarrow$
 particular ২টি value নিয়,
 $x_1 \neq x_2$
 $\vdots$
 $\vdots$
 $f(x_1) = f(x_2) \therefore$ এক-এক নয়।

* সার্বিক / সবগুণী / Onto / surjective function:

$\rightarrow$ Co-domain = Range হলে

$f: A \rightarrow B$

এক-এক হয় কিন্তু সার্বিক নয়।

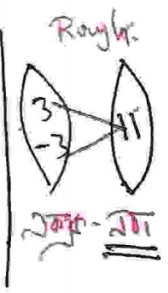
$f^{-1}: B \rightarrow A$

Function না।

এক-এক হয় সার্বিক নয়।
 কিন্তু function.

* $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2$ এক-এক কি?

$\Rightarrow$ ধরি, $x_1, x_2 \in \text{Domain } f$; (যেখানে, $x_1 = 3, x_2 = -3$)
 $\therefore f(x_1) = x^2 + 2 = 11 \therefore f(x_2) = (-3)^2 + 2 = 11$
 যেখানে, $x_1 \neq x_2$ কিন্তু $f(x_1) = f(x_2) \therefore$ এক-এক না।



এক-এক না কিন্তু সার্বিক হয়।
 এটাও function.

* $f: \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$ ফা. মানচিত্র $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ হলে $f^{-1}(2)$ নির্ণয় কর / $f^{-1}(2) = ?$

$\Rightarrow$ ধরি, $x_1, x_2 \in \text{Domain } f \therefore f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1-3}{2x_1+1} = \frac{x_2-3}{2x_2+1} \Rightarrow x_1 = x_2 \therefore f(x)$ এক-এক function.

ধরি, $y = f(x) = \frac{x-3}{2x+1} \Rightarrow x = \frac{y+3}{1-2y} \therefore x \in \mathbb{R}$ হলে, যেহেতু $1-2y \neq 0 \Rightarrow y \neq \frac{1}{2}$

$\therefore$ যেহেতু $f(x) = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} =$ ফা. মানচিত্র (যেখানে $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$) $\therefore$ (এক-এক) $\therefore f(x)$ সার্বিক function.
 $\therefore f^{-1}(x)$ নির্ণয় করা।
 ধরি, $y = f(x) = \frac{x-3}{2x+1} \Rightarrow x = f^{-1}(y) \therefore y = \frac{x-3}{2x+1} \Rightarrow x = \frac{y+3}{1-2y} = f^{-1}(y)$

* $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ এ $f^{-1}(2)$ এর মানের প্রমাণ কর / $f^{-1}(2) = ?$
 $\Rightarrow$ ধরি, $(f^{-1}(2) = x) \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow \frac{x-3}{2x+1} = 2 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \therefore f^{-1}(2) = \{-\frac{5}{3}\}$

Domain & Range: Domain $\Rightarrow$ x values for which $f(x)$ is defined.
 Range $\Rightarrow$ set of all domain values $f(x)$ takes. (y values)

1. $f(x) = ax + b$ $f(x) = 3x + 5$
 $x \in \mathbb{R}$ and $f(x)$ is defined.
 $\therefore$ Domain $f = \mathbb{R}$
 $\therefore$ Range $f = \mathbb{R}$

2. $f(x) = \sqrt{ax + b}$ $f(x) = \sqrt{3x + 5}$
 $f(x) \in \mathbb{R}$ and, $3x + 5 \geq 0$
 $\Rightarrow x \geq -\frac{5}{3}$
 $\therefore$ Domain $f = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{5}{3}\} // [-\frac{5}{3}, \infty)$
 $x = -5/3$ and, $f(x) = 0$
 $x = -1$ and, $f(x) = \sqrt{2}$
 $x = 0$ and, $f(x) = \sqrt{5}$
 $x = 2$ and, $f(x) = \sqrt{11}$

Range $f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\} // [0, \infty)$

3. $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ $f(x) = \frac{3x + 2}{2x + 5}$
 $f(x) \in \mathbb{R}$ and, $2x + 5 \neq 0$
 $\Rightarrow x \neq -5/2$
 $\therefore$ Domain $f = \mathbb{R} - \{-5/2\}$
 Let, $y = f(x) = \frac{3x + 2}{2x + 5}$
 $\Rightarrow x = \frac{2 - 5y}{2y - 3}$
 $x \in \mathbb{R}$ and, $2y - 3 \neq 0 \Rightarrow y \neq \frac{3}{2}$
 $\therefore$ Range $f = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$

3. $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$
 $f(x) \in \mathbb{R}$ and, $25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 25 \geq x^2$
 $\Rightarrow x^2 \leq 25 \Rightarrow x^2 - 25 \leq 0$
 $\Rightarrow (x + 5)(x - 5) \leq 0$ — (1)
 (1) is satisfied when,
 $(x + 5 \geq 0 \text{ and } x - 5 \leq 0)$ or $(x + 5 \leq 0 \text{ and } x - 5 \geq 0)$
 $\Rightarrow (x \geq -5 \text{ and } x \leq 5)$ or $(x \leq -5 \text{ and } x \geq 5)$
 $\Rightarrow x \geq -5 \text{ and } x \leq 5$
 $\Rightarrow -5 \leq x \leq 5$
 $\therefore$ Domain $f = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x \leq 5\} // [-5, 5]$
 $x = \pm 5$ and, $f(x) = 0$
 $x = \pm 4$ and, $f(x) = 3$
 $x = \pm 3$ and, $f(x) = 4$
 $x = 0$ and, $f(x) = 5$

Range $f = \{y \in \mathbb{R} : 0 \leq y \leq 5\} // [0, 5]$

4. $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x - a}$ $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
 $f(x) \in \mathbb{R}$ and, $x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$
 $\therefore$ Domain $f = \mathbb{R} - \{3\}$
 and, $x \neq 3$ is not possible.
 $\therefore f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = x + 3$; $\because x - 3 \neq 0$
 $\therefore x = 3$ and, $f(x) = 3 + 3 = 6$; $\therefore$ Range $f = \mathbb{R} - \{6\}$
 * something = $f(x)$
 $\sqrt{x^2 - a^2}$
 and $f(x) \in \mathbb{R}$ and $x^2 - a^2 \geq 0$ and,

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - a^2}$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$

$f(x) \in \mathbb{R}$ रत, यथा $x^2 - 25 \geq 0 \Rightarrow (x+5)(x-5) \geq 0$ — (1)

① न, मण रत यति,

$(x+5 \geq 0 \text{ वा } x-5 \geq 0)$ अथवा $(x+5 \leq 0 \text{ वा } x-5 \leq 0)$

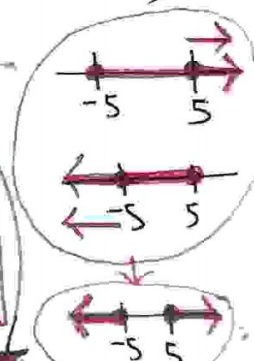
$\Rightarrow (x \geq -5 \text{ वा } x \geq 5)$ अथवा $(x \leq -5 \text{ वा } x \leq 5)$

$\Rightarrow x \geq 5$ अथवा $x \leq -5$

प्रकार $f = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 5 \text{ अथवा } x \leq -5\}$

प्रकार $f = (-\infty, -5] \cup [5, \infty)$

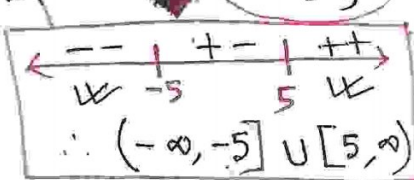
प्रकार $f = \mathbb{R} - (-5, 5)$



$x = \pm 5$ रत, $f(x) = 0$

$x = \pm 6$ रत, $f(x) = \sqrt{11}$

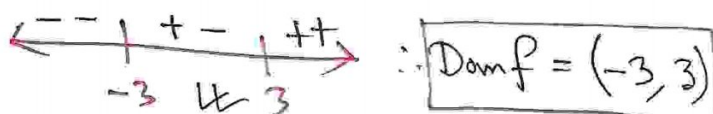
$x = \pm 7$ रत, $f(x) = \sqrt{24}$



$\therefore$ प्रकार $f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\} // [0, \infty)$

* $f(x) = \log(9 - x^2)$ वा domain को?

$\Rightarrow 9 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 9 < 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) < 0$



$\therefore \text{Dom } f = (-3, 3)$

$\therefore R_f = \mathbb{R}$

* $f(x) = \log_2(\log_3(\log_4 x))$ वा D_f को?

$\Rightarrow \log_3(\log_4 x) > 0$

$\Rightarrow \log_4 x > 3^0 \Rightarrow \log_4 x > 1$

$\Rightarrow x > 4^1 \Rightarrow x > 4$

$\therefore \text{Dom } f = (4, \infty)$

(सग/मो. निम्न)
(सग/मो. यतिरु!)

* $f(x) = ax^2 + bx + c; a, b, c \in \mathbb{R}$

~~$x^2 + 2x + 3 = f(x)$~~

$x \in \mathbb{R}$ रत यति- $f(x)$ न, यतिरु.

$\therefore$ प्रकार $f = \mathbb{R}$

$\therefore y = f(x) = x^2 + 2x + 3$

$\Rightarrow x^2 + 2x + (3 - y) = 0$ — (1)

$x \in \mathbb{R}$ रत, (1) वा: वा: यतिरु.

$(2)^2 - 4(3 - y) \geq 0 \Rightarrow 4 - 12 + 4y \geq 0$

$\Rightarrow y \geq 2$

$\therefore$ प्रकार $f = \{y \in \mathbb{R} : y \geq 2\} // [2, \infty)$

* $f(x) = 2 + 3 \sin x$, प्रकार D_f वा R_f ?

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$[-1, 1]$

$[-3, 3] + 2$

$R_f = [-1, 5]$

* $f(x) = 3 \sin x + 4 \cos x + 2020$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$\therefore 3 \sin x + 4 \cos x = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right)$

$= 5 (\sin x \sin \alpha + \cos x \cos \alpha)$

$= 5 \cos(x - \alpha)$

$[-1, 1]$

$[-5, 5] + 2020$

$\therefore R_f = [2015, 2025]$

* $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = 5x + 3$ वा D_f वा R_f ?

$\Rightarrow D_f = (\mathbb{R}_+) = (0, \infty)$

$x = 0$ रत, $y = 3$

$\therefore R_f = (3, \infty)$

Composite function / product function / function of a function / যুগ্ম ফাংশন / সম্পাদিত ফাংশন / ফাংশনের ফাংশন

$g \circ f$ $g \circ f = g(f(x))$

domain $\Rightarrow f(x)$ এর domain এর প্রতি মানের জন্য $g \circ f$ সংজ্ঞায়িত। $f(x)$ এর domain এর প্রতি মানের $g \circ f$ ফাংশনের domain.

Range $\Rightarrow g \circ f$ এর domain যুক্ত $g \circ f$ ফাংশনের সকল যে মান (y) পাওয়া পায়.

$f \circ g$ $f \circ g = f(g(x))$

domain $\Rightarrow g(x)$ এর domain এর প্রতি মানের জন্য $f \circ g$ সংজ্ঞায়িত। $g(x)$ এর domain এর প্রতি মানের $f \circ g$ এর domain.

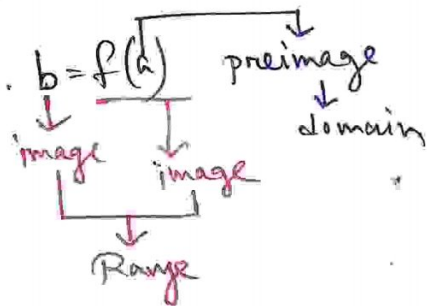
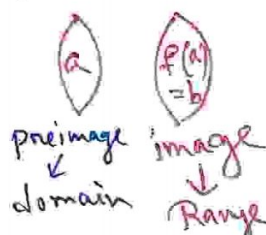
Range $\Rightarrow f \circ g$ এর domain যুক্ত $f \circ g$ ফাংশনের সকল যে মান (y) পাওয়া পায়.

* Logarithmic function: $a^x = N$ হলে, $x = \log_a N$ $\rightarrow a > 0$ & $a \neq 1$ & $N > 0$

* ফাংশন ও সমাপ্তি ফাংশন: $f: A \rightarrow B$; $a \in A, b \in B$

$f^* = \{(a, b) : a \in A, b = f(a)\}$

domain $\rightarrow$ Range



* সিলিন্ডার পর্বত:
 ① সূত্র নথি
 ② ফাংশনের সিলিন্ডার পর্বত add.
 ③ ০ এর পরে common বিব.

$\left. \begin{array}{l} \tan, \cot \text{ এর সিলিন্ডার পর্বত} = \pi \\ \text{বাকি 4 টি সিলিন্ডার পর্বত} = 2\pi \end{array} \right\}$

* $7 \sec \frac{\theta}{8} \Rightarrow f(\theta) = 7 \sec \frac{\theta}{8} = 7 \sec(2\pi + \frac{\theta}{8}) = 7 \sec \left\{ \frac{1}{8}(16\pi + \theta) \right\} = 7 \sec \frac{(16\pi + \theta)}{8} = f(16\pi + \theta)$

$\Rightarrow f(\theta) = f(16\pi + \theta) \therefore$ সিলিন্ডার পর্বত $= 16\pi$

$\frac{2\pi}{\frac{1}{8}} = 16\pi$

* $f(\theta) = \sin(2\theta + \frac{\pi}{4})$ এর পর্বত?

$\Rightarrow \sin(2\theta + \frac{\pi}{4}) = \sin(2\pi + 2\theta + \frac{\pi}{4})$

$= \sin\{2(\theta + \pi) + \frac{\pi}{4}\} = f(\theta + \pi)$

$\therefore$ সিলিন্ডার পর্বত $= \pi$

০ নং $n=1$ বা বিজ্ঞান, $k=2$

$\therefore$ পর্বত $= \frac{2\pi}{2} = \pi$

* $f(x) = \sin x \tan 2x$ এর পর্বত?

$\Rightarrow f(x+2\pi) = \sin(x+2\pi) \tan(2x+4\pi)$

$= \sin(x+2\pi) \cdot \tan 2(x+2\pi) = \sin(x+2\pi) \tan(2x+4\pi)$

$= \sin x \cdot \tan 2x \therefore$ সিলিন্ডার পর্বত $= 2\pi$

* $f(n) = 1990 \sin \frac{n^2+n}{n^2+n+1} (5n+30) + 2020$; $n \in \mathbb{N}$ ফাংশনের সিলিন্ডার পর্বত?

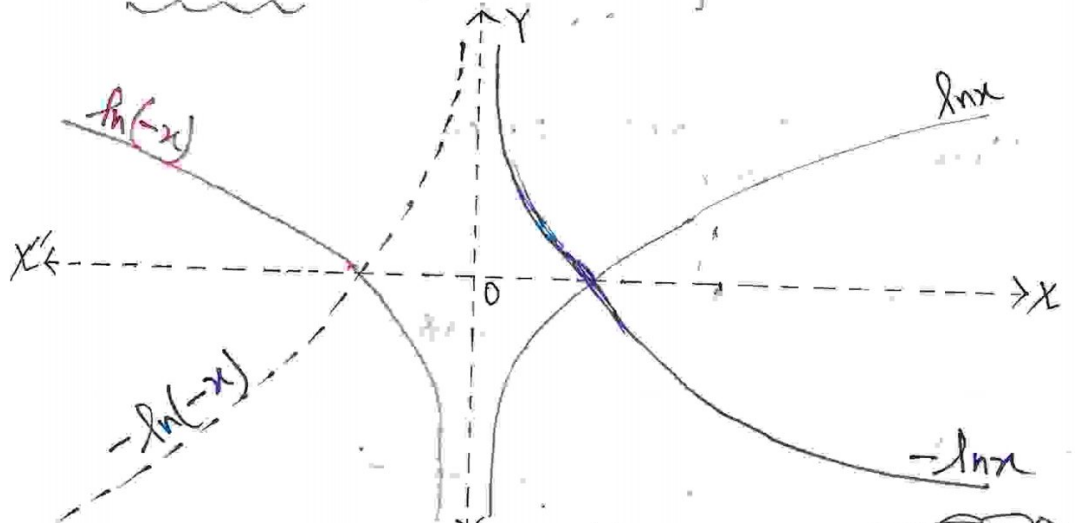
$\Rightarrow n^2+n = n(n+1)$ $\therefore$ পর্বত $= \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{5}$

$k=5$

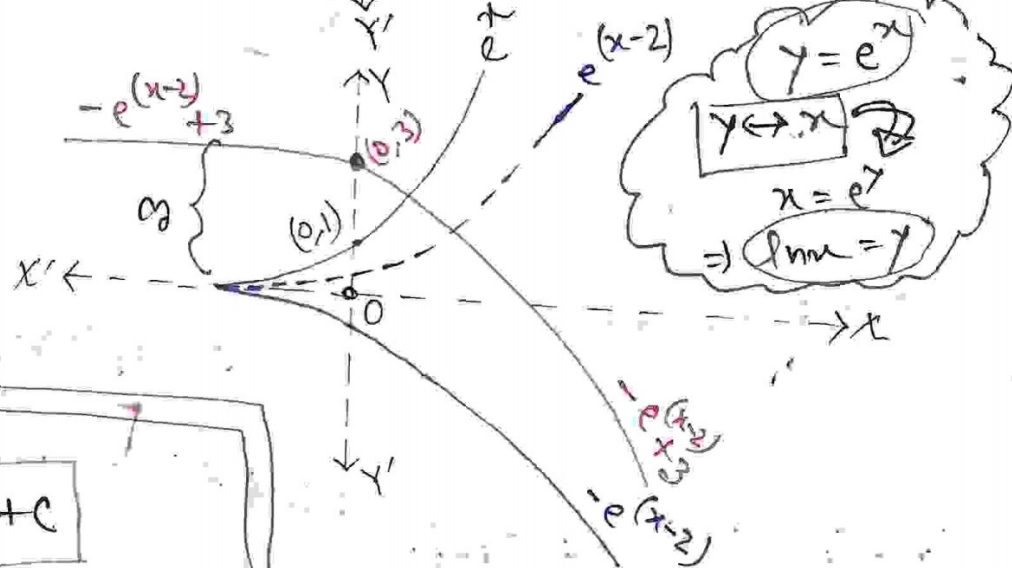
function sketching

* 'x' এর স্থলে '-x' বসালে y-অক্ষের সমান্তরাল হয়।
 * 'y' এর স্থলে '-y' বসালে x-অক্ষের সমান্তরাল হয়।

* $f(x) = \ln x$
 $f(x) = \ln(-x)$
 $f(x) = -\ln x$
 $f(x) = -\ln(-x)$



* $f(x) = -e^{(x-2)} + 3$



(মৌলিক প্রমাণ):
 → প্রস্তাব আছে
 স্বীকৃত — ① পরাম (k)
 ② power (n).

Trigon function (TF) রূপ,
 $A = (TF)^n$ $A = TF^n (k \theta + B) + C$

① TF = sin, cos, sec, cosec রূপ, —
 → n চক্রীয় রূপ, পর্যায় = $\frac{2\pi}{k}$
 → n জোড় রূপ, পর্যায় = $\frac{\pi}{k}$

② TF = tan, cot রূপ —→ পর্যায় = $\frac{\pi}{k}$

⇒ দুটি উল্লম্ব/অব ল.স.স. = $\frac{\text{ল.স.স.}}{\text{সংস. গ.স.স.}}$ ***

$\frac{6\pi}{7}$ ও $\frac{15\pi}{14}$ এর ল.স.স. = $\frac{2 \times 3 \times 5 \times \pi}{7} = \frac{30\pi}{7}$

* $f(x) = 4 \sin\left(\frac{7x}{3}\right) + 5 \cos\left(\frac{28x}{15}\right) + 2020$
 সা. অংকের মিলিত পর্যায়
 $\frac{2\pi}{7/3} = \frac{6\pi}{7}$ $\frac{2\pi}{28/15} = \frac{15\pi}{14}$
 ∴ মিলিত পর্যায় = $\frac{30\pi}{7}$ □

* $f(x) = \sqrt{\ln(1-x)}$ Intrare $\text{Dom} = ?$

$\Rightarrow \ln(1-x) \geq 0 \Rightarrow 1-x \geq e^0$

$\Rightarrow 1-x \geq 1 \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

$\therefore \text{Dom } f = (-\infty, 0]$

* $f(x) = \sqrt{100-x^2} + \log_{(2-x)} \sqrt{x+12}$ Intrare $\text{Dom} = ?$

$\Rightarrow \sqrt{100-x^2} > 0 \Rightarrow x^2 \leq 100$

$\Rightarrow x^2 - 10^2 \leq 0 \Rightarrow (x+10)(x-10) \leq 0$

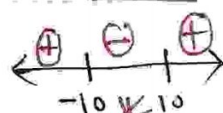
$\therefore [-10, 10]$

$\therefore 2-x > 0 \Rightarrow -x > -2 \Rightarrow x < 2$

$2-x \neq 1 \Rightarrow -x \neq -1 \Rightarrow x \neq 1$

$x+12 > 0 \Rightarrow x > -12$

$\therefore \text{Dom } f = [-10, 1) \cup (1, 2)$



* $e^y = x^x$ Intrare $\text{Dom} = ? \rightarrow f(x)$ Intrare $\text{Dom} = ?$

$\Rightarrow y = \ln x^x = x \ln x = f(x)$

$\therefore x > 0 \therefore \text{Dom } f = (0, \infty)$

* $f(x) = \log_{x+1} (2x+1)$ Intrare $\text{Dom} = ?$

$\Rightarrow 2x+1 > 0 \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$

$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$

$x+1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$

$\therefore \text{Dom } f = (-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \infty)$

* $\ln \ln \ln \ln x = f(x)$ Intrare $\text{Dom}, \text{Rf} = ?$

$\Rightarrow \ln \ln \ln x > 0$

$\Rightarrow \ln \ln x > e^0 \Rightarrow \ln \ln x > 1$

$\Rightarrow \ln x > e^1 \Rightarrow x > e^e$

$\therefore \text{Dom } f = (e^e, \infty) \therefore \text{Rf} = \mathbb{R}$

* $\log_{(2-x)} (2x+1)(3-x) > 2$ Intrare $\text{Dom} = ?$

$2-x > 0 \Rightarrow x < 2$

$2-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$

$(2x+1)(3-x) > (2-x)^2$

$\Rightarrow (2x+1)(3-x) - (2-x)^2 > 0$

$x=1.5 \Rightarrow 5.75 > 0$; $x=-1.5 \Rightarrow -21.25 < 0$

$x=-1 \Rightarrow -13 < 0$

$x=-0.5 \Rightarrow -6.25 < 0$

$x=0 \Rightarrow -1 < 0$

$x=1 \Rightarrow 5 > 0$; $x \neq 1$

$x=0.5 \Rightarrow 2.75 > 0$

$x=1.99 \Rightarrow 5.029 > 0$

$\therefore \text{Dom } f = (1, 2)$

$(2-x)^2 = 2$
 $\log_{(2-x)} (2-x) = 1$

$\frac{2}{x} = 2$
 $\log x$

* $\log_x^3 > 2$ Intrare $\text{Dom} = ?$

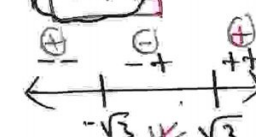
$\Rightarrow 3 > x^2 \Rightarrow x^2 < 3$

$\Rightarrow x < \sqrt{3}$

$\therefore \text{Dom } f = (0, 1) \cup (1, \sqrt{3})$

$x^2 - (\sqrt{3})^2 < 0 \Rightarrow (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) < 0$

$x > 0$
 $x \neq 1$

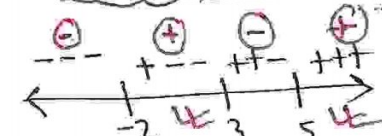


* $f(x) = \sqrt{\frac{(x+2)(x-3)}{(x-5)}}$

$\frac{(x+2)(x-3)}{(x-5)} \geq 0$

$x-5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$

$\therefore \text{Dom } f = [-2, 3] \cup (5, \infty)$



$$* f(x) = \sin x$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = [-1, 1] \end{cases}$$

$$* f(x) = \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq n\pi$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{n\pi, n \in \mathbb{Z}\} \\ R_f = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \end{cases}$$

$$* f(x) = \cos x$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = [-1, 1] \end{cases}$$

$$* f(x) = \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\} \\ R_f = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \end{cases}$$

$$* f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{(2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\} \\ R_f = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$* f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq n\pi$$

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{n\pi, n \in \mathbb{Z}\} \\ R_f = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$* f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{x+1}\right) \text{ Intr. dipto } D_f \text{ e } R_f = ?$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{2x}{x+1} \leq 1$$

$$\therefore 2x \geq -x-1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\therefore 2x \leq x+1 \Rightarrow x \leq 1$$

$$x = \pm \frac{1}{3} \text{ e } x = 1, y = \pi, \frac{\pi}{3}$$

$$x = 0 \text{ e } x = 1, y = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 1 \text{ e } x = 0, y = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2} \text{ e } x = 1, y = 48.18^\circ$$

$$\therefore D_f = [-\frac{1}{3}, 1]$$

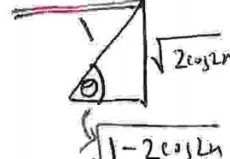
$$\therefore R_f = [0, \pi]$$

$$* y = \cos(\sin^{-1} \sqrt{2\cos 2x}) \text{ Intr. dipto } D_f \text{ e } R_f = ?$$

$$-1 \leq \sqrt{2\cos 2x} \leq 1$$

$$2\cos 2x \geq 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x \geq 0$$



$$-1 \leq \sqrt{2\cos 2x} \leq 1$$

$$\text{e } y = \cos(\cos^{-1} \sqrt{1-\cos 2x})$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{1-\cos 2x}$$

$$1-\cos 2x \geq 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x \leq 1$$

$$\cos 2x = 1 \text{ e } y = 0$$

$$\cos 2x = 0 \text{ e } y = 1$$

$$\therefore R_f = [0, 1]$$

$$\sqrt{2\cos 2x} \rightarrow [0, 2]$$

$$\sin^{-1} \sqrt{2} = \pi$$

$$\therefore \sqrt{2\cos 2x} \rightarrow \sqrt{[0, 1]}$$

$$\sin^{-1} [0, 1] = [0^\circ, 90^\circ]$$

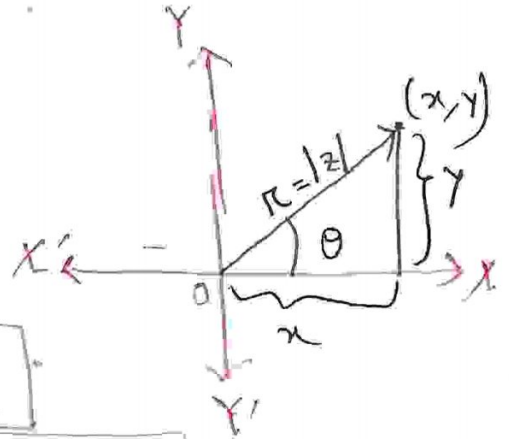
$$\cos [0^\circ, 90^\circ] = [1, 0]$$

$$\therefore [0, 1] = R_f$$

Complex numbers

$$\begin{cases} \sqrt{x+iy} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \sqrt{\pi+x} + i\sqrt{\pi-x} \} \\ \sqrt{x-iy} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \sqrt{\pi+x} - i\sqrt{\pi-x} \} \end{cases} \quad \text{***}$$

$$\begin{aligned} z &= x+iy \\ \bar{z} &= x-iy \\ \bar{z_1 z_2} &= \bar{z_1} \cdot \bar{z_2} \\ \overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} &= \frac{\bar{z_1}}{\bar{z_2}} \\ \overline{z_1 + z_2} &= \bar{z_1} + \bar{z_2} \end{aligned}$$



Complex number:

$$\begin{aligned} z &= x+iy \rightarrow \text{Cartesian form} \\ z &= r \cos \theta + i r \sin \theta \\ z &= r (\cos \theta + i \sin \theta) = r e^{i\theta} \rightarrow \text{polar form} \\ r &= |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = x+iy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore i &= 0+1i \text{ or } \sqrt{0^2+1^2} = 1 = |z| = \pi \\ i &= 0+1i \text{ or } \theta = \tan^{-1} \left| \frac{1}{0} \right| = \frac{\pi}{2} \\ \therefore i &= 0+1i = \pi e^{i\theta} = 1 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \\ \therefore i^i &= (e^{i\frac{\pi}{2}})^i = e^{i^2 \frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} z_1 = r_1 e^{i\theta_1} \\ z_2 = r_2 e^{i\theta_2} \end{cases} \\ ① \quad z_1 z_2 &= r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)} \\ \therefore |z_1 z_2| &= r_{z_1 z_2} = r_{z_1} r_{z_2} = r_1 r_2 = |z_1| |z_2| \end{aligned}$$

$$\theta_{z_1 z_2} = \theta_{z_1} + \theta_{z_2} = \theta_1 + \theta_2 = \text{Arg}(z_1 z_2)$$

$$\begin{aligned} ② \quad z_1 / z_2 &= \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)} \\ \therefore |z_1 / z_2| &= r_{z_1 / z_2} = \frac{r_{z_1}}{r_{z_2}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} \\ \theta_{z_1 / z_2} &= \theta_{z_1} - \theta_{z_2} = \theta_1 - \theta_2 = \text{Arg}(z_1 / z_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ③ \quad z_1^n &= r_1^n (e^{i\theta})^n = r_1^n e^{i(n\theta)} \\ \therefore |z_1^n| &= r_{z_1^n} = r_{z_1}^n = r_1^n = |z_1|^n \\ \therefore \theta_{z_1^n} &= n\theta_{z_1} = n\theta_1 = \text{Arg}(z_1^n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{** } z &= \frac{i(\sqrt{3}-i)}{(1+i)^2} \text{ or } |z| \text{ or } \theta_z = ? \\ r_1 &= \sqrt{0^2+1^2} = 1; \theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{1}{0} \right) = \frac{\pi}{2} \\ r_{\sqrt{3}-i} &= \sqrt{3+1} = 2; \theta_{\sqrt{3}-i} = -\tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = -\frac{\pi}{6} \\ r_{1+i} &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}; \theta_{1+i} = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} \\ \therefore r_z &= |z| = \frac{r_1 \cdot r_{\sqrt{3}-i}}{(r_{1+i})^2} = \frac{1 \times 2}{(\sqrt{2})^2} = 1 \\ \therefore \theta_z &= \theta_1 + \theta_{\sqrt{3}-i} - 2 \times \theta_{1+i} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} - 2 \times \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} \\ \therefore z &= 1 \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}} = \frac{i(\sqrt{3}-i)}{(1+i)^2} \end{aligned}$$

Complex number

$a+ib$ ⇒ complex number
 $a, b \in \mathbb{R}$

imaginary part ⇒ Real number

$\mathbb{R} \subset \text{Complex numbers}$

$$i^2 = -1$$

$z = \pm(1+i)$ ⇒ modulus & argument?

$$z_1 = 1+i$$

∴ modulus,

$$|z_1| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

∴ argument,

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left| \frac{1}{1} \right| = \frac{\pi}{4}$$

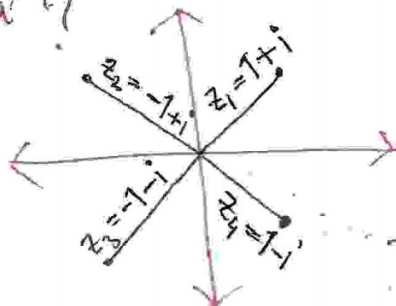
$$z_2 = -1+i$$

∴ modulus,

$$|z_2| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$$

∴ argument,

$$\theta_2 = \pi - \tan^{-1} \left| \frac{1}{-1} \right| = \frac{3\pi}{4}$$



যদি $z = x+iy$ হলে,
 মডুলাস, $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$
 আর্গুমেন্ট = θ

$$z_3 = -1-i$$

∴ modulus, $|z_3| = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

∴ argument, $\theta_3 = -\pi + \tan^{-1} \left| \frac{-1}{-1} \right| = -\frac{3\pi}{4}$

$$z_4 = 1-i$$

∴ modulus, $|z_4| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

∴ argument, $\theta_4 = -\tan^{-1} \left| \frac{-1}{1} \right| = -\frac{\pi}{4}$

$$\sqrt{-2i} = \sqrt{1^2 - 2 \cdot 1 \cdot i + i^2} = \sqrt{(1-i)^2}$$

$$\sqrt{-2i} = \pm(1-i)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{1}{1}$$

$$\sqrt{2i} = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 1 \cdot i + i^2} = \sqrt{(1+i)^2}$$

$$\sqrt{2i} = \pm(1+i)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{1}{1}$$

$$\sqrt{i} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} + \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\sqrt{i} = \pm \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{-i} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} + \left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\sqrt{-i} = \pm \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\sqrt{7-30\sqrt{2}i} = \sqrt{7-30\sqrt{2}i} = \sqrt{5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{2}i + (3\sqrt{2})^2 i^2} = \sqrt{(5-3\sqrt{2}i)^2} = \pm(5-3\sqrt{2}i)$$

$$\frac{30\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$$

$$(3\sqrt{2})^2 - 5^2 = -$$

$$(5\sqrt{2})^2 - 3^2 = 41$$

একত্রিত করলে $w^3 = 1$ ⇒ $w^2 + w + 1 = 0$

$$w = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

একত্রিত করলে $w, w^2, 1 = \sqrt[3]{1}$

$$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}, 1$$

পাঠ্য
 আর্গুমেন্ট

Complex number

~~xx~~ $(1+\sqrt{3}i)$ (or $(1+i)$ ~~এটা দু'টি কন্ডিশন বসে (একটা) $\arg\left(\frac{z-2}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ বসে, $|z|=5$, $x^2+y^2-x-2=0$~~
~~দু'টা ঘাটে?~~ $\Rightarrow \arg\left(\frac{z-2}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \theta_{1+\sqrt{3}i} = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$
 $\theta_{1+i} = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$
 $\therefore \theta_{z_1 z_2} = \theta_{1+\sqrt{3}i} + \theta_{1+i} \Rightarrow \arg(z-2) - \arg(z+1) = \frac{\pi}{2}$
 $\Rightarrow \arg(x-2+iy) - \arg(x+1+iy) = \pi/2$

$\therefore$ ~~দু'টা ঘাটে~~ $= (\theta_{1+\sqrt{3}i} + \theta_{1+i}) - \theta_{1+\sqrt{3}i}$
 $= \theta_{z_1 z_2} - \theta_{z_1} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4}$
 $\Rightarrow \tan^{-1} \frac{y}{x-2} - \tan^{-1} \frac{y}{x+1} = \pi/2$
 $\Rightarrow \tan^{-1} \frac{\frac{y}{x-2} - \frac{y}{x+1}}{1 + \frac{y^2}{(x-2)(x+1)}} = \frac{\pi}{2}$

~~xx~~ z ও $\bar{z}$ ~~একসাথে~~ ~~ফিল্ড~~ ~~অনুসন্ধান~~ ~~সময়~~ ~~করে~~,
 $\arg(z-\bar{z}) = ?$
 $\Rightarrow z = x+iy$ $\bar{z} = x-iy$
 $\therefore z-\bar{z} = 2yi \therefore \arg(z-\bar{z}) = \tan^{-1}\left(\frac{2y}{0}\right) = \frac{\pi}{2}$
 $\square$

~~xx~~ $z = \frac{5-i}{2-3i}$ ~~একটা~~, $\arg(z) = ?$ $\arg(\bar{z}) = ?$
 $\Rightarrow (5-i)$ ~~এটা~~ $r_1 = \sqrt{26}$, $\theta_1 = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$
 $(2-3i)$ ~~এটা~~ $r_2 = \sqrt{13}$, $\theta_2 = -\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
 $\therefore r_z = \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$
 $\therefore \arg(z) = \theta_z = \theta_1 - \theta_2 = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
 $= \frac{\pi}{4}$ $\square$

$\therefore z = \frac{5-i}{2-3i} = \frac{(5-i)(2+3i)}{4-(3i)^2} = \frac{10-2i+5-3i}{13} = \frac{5+i}{2+3i}$
 $\Rightarrow z = \frac{28-2i}{13}$ $\therefore \bar{z} = \frac{28+2i}{13} = \frac{5+i}{2+3i}$
 $\therefore \bar{z} = \left(\frac{5-i}{2-3i}\right) = \frac{5-i}{2-3i} = \frac{5+i}{2+3i}$
 $\therefore \arg(\bar{z}) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$

~~xxxxxxxxxxxx~~
 $\bar{5} = 5$
 $\overline{(-5)} = -5$
 $\overline{-3i} = 3i$
 $\overline{3i} = -3i$

$$\textcircled{*} i^{4n+0} = i^0 = 1$$

$$i^{4n+1} = i^1 = i$$

$$i^{4n+2} = i^2 = -1$$

$$\text{હોડા(કોષ) = હોડા - હોડા \times હોડા}$$

$$i^{4n+x} = i^x$$

*** (4n+x) ની 4 દ્વારા હોડા કરવા હોડા(કોષ) = x.

$$\# i^{757814} = ?$$

$$\Rightarrow i^{757814} = i^{757814 - 4 \times 189453} = i^2 = -1$$

$$\textcircled{*} i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0; \quad n \text{ ભૂલગણ (જાણકર) ની મુજબ}$$

$$\# 1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{105} = ?$$

$$\Rightarrow \text{હોડા(કોષ) = } 105 - 4 \times 26 = 1 \text{ ની મુજબ}$$

$$\therefore 1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{105} = i$$

$$\# i^7 + i^8 + \dots + i^{10} = ?$$

$$\therefore \text{હોડા(કોષ) = } \{(10-7)+1\} - 4 \times 1 = 0 \text{ ની મુજબ}$$

$$\therefore i^7 + i^8 + \dots + i^{10} = 0$$

$$\Rightarrow 7 + (n-1) \times 1 = 10 \Rightarrow n = 4 \text{ ની મુજબ total}$$

$$\# i^{-49} = ?$$

$$\Rightarrow i^{-49} = \frac{1}{i^{49}} = \frac{1}{i^{49-12 \times 4}} = \frac{1}{i^1} = \frac{1}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i$$

$$\# 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{202} = ?$$

$$\Rightarrow \text{હોડા(કોષ) = } 202 - 4 \times 50 = 2 \text{ ની મુજબ}$$

$$\therefore 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{202} = 1 + i - 1 = i$$

$$= 1 + i - 1 = i$$

$$\Rightarrow 1 + (n-1) \times 1 = 202 \Rightarrow n = 202 \text{ ની મુજબ total}$$

$$\textcircled{*} \omega^{3n+x} = \omega^x$$

*** (3n+x) ની 3 દ્વારા હોડા કરવા હોડા(કોષ) = x

$$\# \omega^{1456894322145} = ?$$

$$\Rightarrow \omega^{1456894322145} = \omega^{1456894322145 - 3 \times 485 \times 10^{11}}$$

$$= \omega^0 = 1$$

$$\# \omega^5 + \omega^6 + \omega^7 = 0$$

$$\textcircled{*} \omega^n + \omega^{n+1} + \omega^{n+2} = 0; \quad n \text{ ભૂલગણ } \mathbb{N}$$

$$\# \sum_{n=10}^{20} \omega = ? \quad \therefore 10 + (n-1) \times 1 = 20 \Rightarrow n = 11$$

$$\therefore \text{હોડા(કોષ) = } 11 - 3 \times 3 = 2 \text{ ની મુજબ}$$

$$\therefore \omega^{10} + \omega^{11} + \omega^{12} + \dots + \omega^{20}$$

$$= \omega^{10} + \omega^{11} = \omega + \omega^2 = -1$$

$i^{-0.1713236962} = ?$

$\Rightarrow i^{-0.1713236962} = \frac{1}{i^{0.1713236962}}$

$= \frac{1}{i^{0.1713236962 - 4 \times 428309240}} = \frac{1}{i^2} = -1$

$i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 100i^{100} = ?$

$\Rightarrow i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + 5i^5 + \dots + 100i^{100}$

$= i - 2 + 3i + 4 - 5i + \dots + 100i^0$

$= i (1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + 13 - 15 + \dots + 97 - 99)$

$- (2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + \dots + 98 - 100)$

$= i \times 25(-2) - 25 \times (-2) = 50(1-i)$

Answer

** $z = \frac{(1+i)^3}{(1+\sqrt{3}i)^4}$ નો મૂલ્યાંકન તથા મૂળ આપો?

$\Rightarrow (1+i)$ નો મૂલ્યાંકન, $r_1 = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$(1+i)$ નો આંશુભાજ, $\theta_1 = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$

$(1+\sqrt{3}i)$ નો મૂલ્યાંકન, $r_2 = 2$

$(1+\sqrt{3}i)$ નો આંશુભાજ, $\theta_2 = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$

$\therefore \rho = \frac{(r_1)^3}{(r_2)^4} = \frac{\sqrt{2}}{8}$

$\therefore \theta = 3 \times \theta_1 - 4 \times \theta_2 = -\frac{7\pi}{12}$

* i^i નો (મૂલ્યાંકન આપો) નિર્ણય. i^i નો (મૂલ્યાંકન) નિર્ણય.

$\Rightarrow i$ નો મૂલ્યાંકન $= \sqrt{0^2+1^2} = 1$

i નો આંશુભાજ $= \tan^{-1}(\frac{1}{0}) = \frac{\pi}{2}$

$\therefore i = \rho e^{i\theta} = 1 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$

$\therefore i^i = (e^{i\frac{\pi}{2}})^i = e^{-\frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i \cdot 0} = \rho e^{i\theta}$

$\therefore i = (e^{i\frac{\pi}{2}})^{-i} = e^{\frac{\pi}{2}} = e^{\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i \cdot 0} = \rho e^{i\theta}$

$\rho = \sqrt{(e^{-\frac{\pi}{2}})^2 + 0^2} = e^{-\frac{\pi}{2}}$
 $\theta = \tan^{-1}(\frac{0}{e^{-\frac{\pi}{2}}}) = 0$

$\rho = \sqrt{(e^{\frac{\pi}{2}})^2 + 0^2} = e^{\frac{\pi}{2}}$
 $\theta = \tan^{-1}(\frac{0}{e^{\frac{\pi}{2}}}) = 0$

① $ax^2+bx+c=0$ ରେ, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\leftrightarrow b^2-4ac=D$ $\rightarrow$ discriminant/determinant

ଯଦି degree 2ର ମଧ୍ୟ
ତେବେ ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରଯୋଗ
କରି ପାରୁଛୁ (ମାତ୍ର 2 ଡିଗ୍ରୀ ପାଇଁ)

$ax^2+bx+c=0$ ର ସମ୍ମୁଖ୍ୟ α, β
ଓ $\alpha = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = -1+\sqrt{5}i$ ରେ,
 $\beta = -1-\sqrt{5}i$

$D < 0 \Rightarrow$ କୌଣସି ବାସ୍ତବ ସମାଧାନ ନାହିଁ, ଅସମ୍ଭବ
 $D = 0 \Rightarrow$ " " " " ସମାନ ଓ ବାସ୍ତବ
 $D > 0 \Rightarrow$ " " " " ଦୁଇଟି ବାସ୍ତବ, ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ

$\rightarrow$ ସମ୍ଭବ $\Rightarrow D$ ଧନାତ୍ମକ ହେବ
 $\rightarrow$ ଅସମ୍ଭବ $\Rightarrow D$ ଧନାତ୍ମକ ନା ହେବ

② Imaginary root/ଅସମ୍ଭବ/କୌଣସି ସମ୍ଭବ always ଜୋଡ଼ା-ଜୋଡ଼ା ଆସେ $\Rightarrow$ conjugate ସମ୍ଭବ

③ ଯଦି $D=0$ ରେ, ମାତ୍ର ଧନାତ୍ମକ ବୀଜଗାଳିତ ବାସ୍ତବ

④ $P_0x^n + P_1x^{n-1} + P_2x^{n-2} + \dots + P_n = 0$ ରେ, $\sum \alpha_1\alpha_2\alpha_3\dots\alpha_n = (-1)^n \frac{P_n}{P_0}$

* $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta = (-1)^1 \frac{P_1}{P_0} = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta = (-1)^2 \frac{P_2}{P_0} = \frac{c}{a} \end{cases} \leftarrow x=\alpha, \beta \Rightarrow (x-\alpha)(x-\beta)=0 \Rightarrow x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

* $ax^3+bx^2+cx+d=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta+\gamma = (-1)^1 \frac{P_1}{P_0} = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = (-1)^2 \frac{P_2}{P_0} = \frac{c}{a} \\ \alpha\beta\gamma = (-1)^3 \frac{P_3}{P_0} = -\frac{d}{a} \end{cases} \leftarrow x=\alpha, \beta, \gamma$

$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$
 $\Rightarrow x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$

* infimum/ନିମ୍ନତମ: ଏହା ଏକ ନିଶ୍ଚିତ exact value.

* supremum/ଉଚ୍ଚତମ: " " " " ଏହା ଏକ ନିଶ୍ଚିତ exact value.

* $S = \frac{1}{n}; n \in \mathbb{Z}$
 $\therefore n=1; S=1$ $\rightarrow$ supremum
 $n=\infty; S=0$ $\rightarrow$ infimum

* $S = \frac{n}{n+1} \Rightarrow S = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}$
 $n=1; S=1/2$ $\rightarrow$ infimum
 $n=\infty; S=1$ $\rightarrow$ supremum

* $S = n^2-10n+28$
 $= (n-5)^2+3$
 $n=5; S=3$ $\rightarrow$ infimum
 $n=\infty; S=\infty$ $\rightarrow$ supremum

$(x+y)^n = x^n + nC_1 x^{n-1} y + nC_2 x^{n-2} y^2 + \dots + nC_n y^n$
 (n+1) term is $T_{n+1} = nC_n x^{n-n} y^n$
 $\frac{T_{n+1}}{T_n} = \frac{n-n+1}{n} \times \frac{y}{x} = \frac{n!}{(n-n)!n!} x^{n-n} y^n$
 n always $\frac{n}{2} + 1$ term is the middle term.

Pascal

1				
1	1			
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	1

* Middle term: $(x+y)^n \rightarrow n$ terms, middle term = $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ term.
 * Middle term: $(x+y)^n \rightarrow n$ terms, middle term = $\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)$ term or $\left(\frac{n-1}{2} + 2\right)$ term.

$(x+y)^n = x^n y^0 + nC_1 x^{n-1} y^1 + nC_2 x^{n-2} y^2 + \dots + nC_n y^n$
 $= x^n y^0 + \frac{n}{1!} x^{n-1} y + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^{n-3} y^3 + \dots$

* Infinite series: (power (-ve) or fraction) $|x| < 1$

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots + (-1)^n x^n$
 $(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots + (+1)^n x^n$
 $(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - \dots$
 $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \dots$
 $(1+x)^{-3} = 1 - 3x + 6x^2 - 10x^3 + 15x^4 - \dots$
 $(1-x)^{-3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 + \dots$

$(a+x)^n$ is $a > x$ valid condition
 $\Rightarrow a > x \Rightarrow \frac{x}{a} < 1$
 $\therefore a^n \left(1 + \frac{x}{a}\right)^n = (a+x)^n$
 $(a+x)^n$ is $a < x$ valid condition
 $\Rightarrow a < x \Rightarrow \frac{a}{x} < 1$
 $\therefore (a+x)^n = (x+a)^n = x^n \left(1 + \frac{a}{x}\right)^n$

$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n + \dots + U_\infty$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ then convergent / ଅନିମୀ / ଅନିମ

$(1+x)^{-n}$ * $(n+1)$ term $T_{n+1} = (-1)^n \frac{1}{(n-1)!} (n+1)(n+2)(n+3) \dots (n+n-1) \cdot x^n$
 $(1-x)^{-n}$ * $(n+1)$ term $T_{n+1} = \frac{1}{(n-1)!} (n+1)(n+2)(n+3) \dots (n+n-1) \cdot x^n$
 (n-1) terms

x এর মান জানা (যদি) $(8-3x)^{-1/3}$ এর বিস্তারিত

$$\Rightarrow (8-3x)^{-1/3} = 8^{-1/3} \left(1 - \frac{3}{8}x\right)^{-1/3}$$

$$\therefore -1 < \frac{3}{8}x < 1 \Rightarrow -8 < 3x < 8 \Rightarrow -\frac{8}{3} < x < \frac{8}{3}$$

$$\therefore |x| < \frac{8}{3}$$

$(1-x)^{-5}$ এর বিস্তারিত x^{20} এর সহগ? $n=5$
 $r=20$

$$T_{20+1} = \frac{1}{(5-1)!} (20+1)(20+2)(20+3)\dots(20+5-1) x^{20}$$

$$= 10626 x^{20} \therefore \text{সহগ} = 10626$$

$(1+x-x^2)(a-bx)^{12}$ এ x^{10} এর সহগ?

$\Rightarrow$

	$n=10$	$+x$ $n=9$	$-x^2$ $n=8$
$(a-bx)^{12}$	${}^{12}C_{10} a^{12-10} (-b)^{10} x^{10}$	${}^{12}C_9 a^{12-9} (-b)^9 x^9$	${}^{12}C_8 a^{12-8} (-b)^8 x^8$
$n=12$	$= 66 a^2 b^{10} x^{10}$	$= -220 a^3 b^9 x^9$	$= 495 a^4 b^8 x^8$
	$66 a^2 b^{10} x^{10}$	$-220 a^3 b^9 x^{10}$	$-495 a^4 b^8 x^{10}$

$\therefore x^{10}$ এর সহগ

$$= (66 a^2 b^{10} - 220 a^3 b^9 - 495 a^4 b^8)$$

* পরস্পর বিপরীত পদ নির্ণয়

① $\left| \frac{T_{n+1}}{T_n} \right| = 1$ হলে,

i) n পূর্বসূরী আনলে, n তম ও $(n+1)$ তম পদ সমান ও বিপরীত।

ii) n উত্তরীক আনলে, পরবর্তী পূর্বসূরীক পদ বিপরীত।

Behind

$(2-3x)^{-10}$ এর বিপরীত পদ? $n=-10$

$$\Rightarrow \left| \frac{T_{n+1}}{T_n} \right| = \left| \frac{n-n+1}{n} \times \frac{y}{x} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-10-n+1}{n} \times \frac{(-3x)}{2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{-9-n}{2n} \times \left(\frac{-3}{5}\right) \right| = 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{27+3n}{10n} \right| = 1 \Rightarrow \frac{27+3n}{10n} = 1 \Rightarrow n = \frac{27}{7} = 3.85 \approx 4$$

$\therefore$ 4th পদ, T_{3+1} তম পদ বিপরীত।

* $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \times 3}x^3 + \dots$

উদাহরণ

$$x = -\frac{\text{১তম সার্বিক অঙ্ক}}{\text{২তম সার্বিক অঙ্ক}} =$$

$$n = \frac{\text{2nd term}}{x \text{ এর মান}}$$

★ $(ax^p + bx^q)^n$ ২য় বিকল্প x^k

$(n+1)$ তম পদে থাকবে,

$$\pi = \frac{pn - k}{p - q}$$

$P > \alpha$

② $a, b = 0$ या $a = 0$ या $b = 0$ रहते,
conventional way में switch.

~~কিছু কিছু দ্রুত পড়ার সময় মনোযোগ পড়া যদি $(x \times x)$ হয়, তবে সমাট $(x \times x)$ হয়।
 দ্রুত আনত হয় বা অর্ধঃকাল দ্রুত আনত হয়, আনত হয় দ্রুত পড়া $(x \times x)$ হয়।
 দ্রুত পড়া দ্রুত পড়া দ্রুত পড়া দ্রুত পড়া unchanged দ্রুত পড়া দ্রুত পড়া $(x \times x)$~~

$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^n$

$(a+b+c)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $a^2b^3c^5$ কতটি?

$\Rightarrow n=10; r=3 \quad \therefore \text{ways} = {}^{10+3-1}C_{3-1} = 66$ ✓

$(a^2 + 2ab + b^2)^{10}$ এর বিস্তারিত পান? ১০

$$\Rightarrow (a^2 + 2ab + b^2)^{10} = (a+b)^{20} ; n=20, r=2$$

$$\therefore nH = \frac{20+2-1}{2-1} = 21 \quad \square$$

$(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)^{10}$ का विस्तार में $a^{10}b^{10}c^{10}$ का गुणांक ज्ञात करें।

$\Rightarrow (a+b+c)^{20}; n=20; r=3 \therefore \text{Prk} = {}^{20+3-1}C_{3-1} = 231 \text{ Pr.}$

① $(x+y)^n$ এর 'অবকায়' স্থান বাক্য, যেমন: $(x+y)^n, (x+y^2)^n$.

* ② $(\text{কিছলদ} + x)^n$ এ x উপস্থিত হলে বাক্যে পদ্য: $(1+x)^n, (b+2x)^n, (3+5x^2)^n$ *

* 2) $(a^2x + b^2x^2)^n$ এখানে a^2 ও b^2 constant হলে বাকী power এর অবিঃসম্পূর্ণ বাকী সমষ্টি: $(x^2 - 2x)^n, (x + \frac{1}{x})^n, (\frac{x^2}{2y} + \frac{y^4}{x^3})^n$

3. $(ax^p + bx^q)^n$

↓

$P \rightarrow Q$

$(a+b+c)^{100}$ - 24 डिग्रियों का बहुपद है।

$$\Rightarrow a=1; b=1; c=1 \quad \text{अतः (1, 1, 1)}$$

$$\Rightarrow a=1; b=1; c=1$$

$$(1+1+1)^{100} = 3^{100} \quad \square.$$

$(1+1+1) = 3$ $\square$.
$(3x-2y)^{51}$ એ ત્રીજા સ્તરના પદોમાં કેટલા પદો હશે?

$$\Rightarrow x=1; y=1$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1; y=1} \quad \Delta W(1,1) = (3.1 - 2.1)^{51} = 1 \quad \square$$

$(x+y)^4$ 2nd derivative not (1st derivative not)

$$\Rightarrow \boxed{x=1; y=1} \text{ शिष्ट}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=1; y=1}$$
$$(1+1)^4 = 16 \quad \square$$

$(a+b)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $a^7 b^3$ এর সহগ?

$\Rightarrow 7+3=10 \neq 10 \therefore$ সহগ ০ (অর্থাৎ, সহগ = ০).

$(a+b+c)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে $a^7 b^{12} c^1$ এর সহগ?

$\Rightarrow 7+12+1=20 \therefore$ সহগ আছে।

$\therefore$ সহগ = $\frac{20!}{7!12!1!}$

$\therefore$ সহগ = $\frac{20!}{7!12!1!} a^7 b^{12} c^1$

$(1+x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ?

$\Rightarrow 7+3=10$

$\therefore$ সহগ = $\frac{10!}{3!7!} \cdot 1^3 \cdot x^7$

$\therefore$ সহগ = $\frac{10!}{3!7!} \cdot 1^3$

$(2+x)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ?

$\Rightarrow 7+3=10 \therefore$ সহগ = $\frac{10!}{3!7!} \cdot 2^3 \cdot x^7$

$\therefore$ সহগ = $\frac{10! \cdot x^2^3}{3!7!}$

$(4a+5b)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $a^7 b^3$ এর সহগ কত?

$\Rightarrow 7+3=10 \therefore$ সহগ = $\frac{10!}{7!3!} (4a)^7 (5b)^3$

$\therefore$ সহগ = $\frac{10! \times 4^7 \times 5^3}{7!3!}$

$(1-x^2+x^3)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^8 এর সহগ?

$\Rightarrow (1)^5 (-x^2)^4 (x^3)^0 \times \frac{9!}{5!4!0!}$

~~$(1)^5 (-x^2)^4 (x^3)^0$~~

$\therefore (1)^5 (-x^2)^4 (x^3)^0$

$\therefore$ সহগ = $\frac{9!}{5!4!0!} - \frac{9!}{6!1!2!}$

$(1)^6 (-x^2)^1 (x^3)^2 \times \frac{9!}{6!1!2!}$

$(4a+5b)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $a^7 b^3$ এর সহগ?

$\Rightarrow 7+3=10 \therefore$ সহগ আছে।

$\therefore$ সহগ = $\frac{10!}{7!3!} (4)^7 \cdot 5^3$

$\therefore$ সহগ = $\frac{10!}{7!3!} (4a)^7 (5b)^3$

$(2a+5b+8c)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে $a^7 b^{12} c^1$ এর সহগ? $7+12+1=20 \therefore$ সহগ বিদ্যমান।

$\Rightarrow \therefore$ সহগ = $\frac{20!}{7!12!1!} (2a)^7 (5b)^{12} (8c)^1$

$\therefore$ সহগ = $\frac{20!}{7!12!1!} 2^7 5^{12} 8^1$

$(1+x+x^2)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ?

$\Rightarrow (1)^4 (x)^5 (x^2)^0 \times \frac{9!}{4!5!0!}$

+ $(1)^5 (x)^3 (x^2)^1 \times \frac{9!}{5!3!1!}$

+ $(1)^6 (x)^1 (x^2)^2 \times \frac{9!}{6!1!2!}$

~~$(1)^7 (x)^0 (x^2)^3 \times \frac{9!}{7!0!2!}$~~

$\therefore$ সহগ = $\frac{9!}{4!5!0!} + \frac{9!}{5!3!1!} + \frac{9!}{6!1!2!}$